

ISSN 1563 – 0277
eISSN 2617 – 4871
Индекс 75872; 25872

ӘЛ-ФАРАБИ атындағы ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ

ХАБАРШЫ

Математика, механика, информатика сериясы

КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени АЛЬ-ФАРАБИ

ВЕСТНИК

Серия математика, механика, информатика

AL-FARABI KAZAKH NATIONAL UNIVERSITY

Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science

№ 2 (102)

Алматы
«Қазақ университеті»
2019

Зарегистрирован в Министерстве информации и коммуникаций Республики Казахстан, свидетельство № 16508-Ж от 04.05.2017 г. (Время и номер первичной постановки на учет № 766 от 22.04.1992 г.). Язык издания: казахский, русский, английский. Выходит 4 раза в год. Тематическая направленность: теоретическая и прикладная математика, механика, информатика.

Редакционная коллегия

научный редактор – *Б.Е. Кангужин, д.ф.-м.н., профессор, КазНУ им. аль-Фараби,*
заместитель научного редактора – *Д.И. Борисов, д.ф.-м.н., профессор, Институт математики с вычислительным центром Уфимского научного центра РАН, Башкирский государственный педагогический университет им. М. Акмуллы, Россия,*
ответственный секретарь – *Г.М. Даирбаева, к. ф.-м. н., доцент, КазНУ им. аль-Фараби.*

Айсагалиев С.А. – д.т.н., профессор, КазНУ им.аль-Фараби, Казахстан

Ахмед-Заки Д.Ж. – д.т.н., Университет международного бизнеса, Казахстан

Бадаев С.А. – д.ф.-м.н., профессор, КазНУ им.аль-Фараби, Казахстан

Бектемесов М.А. – д.ф.-м.н., профессор, Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Казахстан

Жакебаев Д.Б. – PhD доктор, КазНУ им.аль-Фараби, Казахстан

Кабанихин С.И. – д.ф.-м.н., профессор, чл.-корр. РАН, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, Россия

Кыдырбекулы А.Б. – д.т.н., профессор, КазНУ им.аль-Фараби, Казахстан

Майнке М. – профессор, Департамент Вычислительной гидродинамики Института аэродинамики, Германия

Мальшикин В.Э. – д.т.н., профессор, Новосибирский государственный технический университет, Россия

Ракишева З.Б. – к.ф.-м.н., доцент, КазНУ им.аль-Фараби, Казахстан

Ружанский М. – д.ф.-м.н., профессор, Имперский колледж Лондона, Великобритания

Сагитов С.М. – д.ф.-м.н., профессор, Университет Гетеборга, Швеция

Сукачев Ф.А. – профессор, академик АН Австралии, Университет Нового Южного Уэльса

Тайманов И.А. – д.ф.-м.н., профессор, академик РАН, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Россия

Темляков В.Н. – д.ф.-м.н., профессор, Университет Южной Каролины, США

Токмагамбетов Н.Е. – PhD доктор, КазНУ им.аль-Фараби, Казахстан

Шиничи Накасука – PhD доктор, профессор, Университет Токио, Япония

Научное издание

Вестник. Серия математика, механика, информатика, № 2(102) 2019.

Редактор – Г.М. Даирбаева. Компьютерная верстка – Г.М. Даирбаева

ИБ N 12109

Подписано в печать 26.06.2019 г. Формат 60 × 84 1/8. Бумага офсетная. Печать цифровая. Объем 8,5 п.л.

Тираж 500 экз. Заказ N 4893. Издательский дом “Қазақ университеті”

Казахского национального университета им. аль-Фараби. 050040, г. Алматы, пр.аль-Фараби, 71, КазНУ.

Отпечатано в типографии издательского дома “Қазақ университеті”.

1-бөлім

Раздел 1

Section 1

Математика

Μαθηματικά

Mathematics

IRSTI 27.29

A Survey on the Oscillation of Difference Equations with Constant Delays

Stavroulakis I.P.

Department of Mathematics, University of Ioannina,
451 10 Ioannina, Greece, E-mail: ipstav@uoi.gr

In this survey, necessary and sufficient conditions for the oscillation of all solutions of delay difference equations with one or several constant arguments, in terms of the characteristic equation, are presented. Explicit necessary and sufficient conditions (in terms of the constant coefficient and constant argument only) are also presented in the case of one constant argument. In the case of several arguments explicit but sufficient conditions only are given. In this case the results are also extended to equations with variable coefficients.

Key words: Oscillation, Delay, Difference Equations.

Исследование колебаний разностных уравнений с постоянными запаздываниями

Ставроулакис И.П.

Департамент математики, Университет Иоаннина,
451 10 Иоаннина, Греция, E-mail: ipstav@uoi.gr

В этом обзоре представлены необходимые и достаточные условия для колебания всех решений дифференциальных уравнений с запаздыванием с одной или несколькими постоянными аргументами, в терминах характеристического уравнения. Явные необходимые и достаточные условия (в терминах постоянного коэффициента и одного постоянного аргумента) также представлены в случае одного постоянного аргумента. В случае нескольких аргументов даются явные, но только достаточные условия. В этом случае результаты также распространяются на уравнения с переменными коэффициентами.

Ключевые слова: Колебание, запаздывание, разностные уравнения.

1 Introduction

Consider the first-order linear difference equation with several delay arguments of the form

$$\Delta x(n) + \sum_{i=1}^m p_i x(n - k_i) = 0, \quad n \geq 0, \quad (1)$$

and the special case ($m = 1$) of the above equation

$$\Delta x(n) + px(n - k) = 0, \quad n \geq 0, \quad (2)$$

where Δ denotes the forward difference operator, i.e. $\Delta x(n) = x(n + 1) - x(n)$, and for $1 \leq i \leq m$, k_i are nonnegative integers and p_i are real numbers.

By a *solution* of the difference equation (1), we mean a sequence of real numbers $\{x(n)\}_{n=-k_i}^{\infty}$ which satisfies (1) for all $n \geq 0$. (Analogously for Eq. (2)).

A solution $\{x(n)\}_{n=-k_i}^{\infty}$ of the difference equation (1) is said to be *oscillatory*, if the terms of the sequence $\{x(n)\}_{n=-k_i}^{\infty}$ are neither eventually positive nor eventually negative. Otherwise, the solution $\{x(n)\}_{n=-k_i}^{\infty}$ is said to be *nonoscillatory*. (Analogously for Eq.(2)).

In the last few decades, the oscillatory behavior of the solutions to difference equations has been extensively studied. See, for example, [4–8, 11-13,17,19–25] and the references cited therein. For the general theory of difference equations the reader is referred to the monographs [1,2,9,16].

2 Necessary and sufficient conditions

In this section we present necessary and sufficient conditions under which all solutions of the equations under consideration oscillate.

Consider the linear delay difference equation (1) with constant coefficients. In the following theorem a necessary and sufficient condition for the oscillation of all solutions of (1) in terms of the characteristic equation associated with (1) is given.

Theorem 1. ([9]) Consider the difference equation

$$\Delta x(n) + \sum_{i=1}^m p_i x(n - k_i) = 0, \quad n \geq 0, \quad (1)$$

where the coefficients p_i are real numbers and the delays k_i are non-negative integers. Then all solutions of (1) oscillate if and only if its characteristic equation

$$\lambda - 1 + \sum_{i=1}^m p_i \lambda^{-k_i} = 0 \quad (3)$$

has no positive roots.

In the special case of Eq.(2), we have the following theorem.

Theorem 2.([9]) Consider the difference equation with one constant coefficient and one constant delay

$$\Delta x(n) + px(n - k) = 0, \quad n \geq 0, \quad (2)$$

where p is a real number and k is a non-negative integer. Then the following statements are equivalent.

- (i) All solutions of Eq.(2) oscillate.
- (ii) The characteristic equation

$$\lambda - 1 + p\lambda^{-k} = 0 \quad (4)$$

has no positive roots.

3 Explicit Oscillation Conditions

In this section we present explicit (in terms of the coefficients and the arguments only) oscillation conditions. In the case of equations with one delay an explicit necessary and sufficient condition is also presented.

3.0.1 Difference equations with constant coefficients

Theorem 3. ([9]) Consider the difference equation with several constant coefficients and retarded arguments

$$\Delta x(n) + \sum_{i=1}^m p_i x(n - k_i) = 0, \quad n \geq 0, \quad (1)$$

where p_i , are positive constants and k_i are non-negative integers for $i = 1, 2, \dots, m$. Then the following condition

$$\sum_{i=1}^m p_i (k_i + 1) > \left(\frac{k_i}{k_i + 1} \right)^{k_i} \quad (5)$$

implies that all solutions of Eq.(1).

For the delay differential equation

$$x'(t) + \sum_{i=1}^m p_i x(t - \tau_i) = 0 \quad (1')$$

where p_i , τ_i are positive constants for $i = 1, 2, \dots, m$, it is known [15,3,10,18] that every solution oscillates if

$$\sum_{i=1}^m p_i \tau_i > \frac{1}{e}. \quad (5')$$

Observe that

$$\left(\frac{k_i}{k_i + 1} \right)^{k_i} = \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{k_i}} \right)^{k_i} \downarrow \frac{1}{e} \quad \text{as } k_i \rightarrow \infty,$$

and therefore condition (5) can be interpreted as the discrete analogue of (5)'.

Remark 1. ([9]) It is noteworthy to observe that when $m = 1$, that is, in the case of a difference equation with one delay argument, condition (5) reduces to

$$p(k+1) > \left(\frac{k}{k+1} \right)^k \quad (6)$$

which is a *necessary and sufficient condition* for all solutions of the delay difference equation

$$\Delta x(n) + px(n - k) = 0, \quad n \geq 0, \quad (2)$$

to be oscillatory.

We present the proof of this fact.

Proof. The characteristic equation associated with Eq.(2) is

$$F(\lambda) = \lambda - 1 + p\lambda^{-k} = 0.$$

It is easy to compute the critical points of $F(\lambda)$ and evaluate the extreme values. The first derivative $F'(\lambda) = 1 - pk\lambda^{-k-1}$ and the only critical point of $F(\lambda)$ in $(0, \infty)$ is $\lambda_0 = (pk)^{\frac{1}{k+1}}$. The second derivative

$$F''(\lambda) = pk(k+1)\lambda^{-(k+1)} > 0 \quad \text{for } \lambda > 0.$$

Therefore at the critical point λ_0 the function $F(\lambda)$ has a minimum value

$$F(\lambda_0) = \lambda_0 - 1 + p\lambda_0^{-k} = \lambda_0 \left[1 - \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{k} \right] = \lambda_0 \left[\frac{k+1}{k} - \frac{1}{\lambda_0} \right].$$

The minimum value $F(\lambda_0)$ would be positive if and only if $\lambda_0 > \frac{k}{k+1}$ that is, if and only if $pk = \lambda_0^{k+1} > \left(\frac{k}{k+1}\right)^{k+1}$ if and only if

$$p(k+1) > \left(\frac{k}{k+1}\right)^k$$

which completes the proof.

It is also known [14,9] that

$$p\tau > \frac{1}{e} \tag{6}'$$

is a *necessary and sufficient condition* for all solutions of the delay differential equation

$$x'(t) + px(t - \tau) = 0, \quad p, \tau > 0, \tag{2}'$$

to be oscillatory. As before, observe that

$$\left(\frac{k}{k+1}\right)^k = \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{k}}\right)^k \downarrow \frac{1}{e} \quad \text{as } k \rightarrow \infty,$$

and therefore condition (6) can be interpreted as the discrete analogue of (6)'.

3.0.2 Difference equations with one variable coefficient

Here we present explicit oscillation conditions for difference equations with one variable coefficient.

Consider the difference equation

$$\Delta x(n) + p(n)x(n-k) = 0, \quad n \geq 0, \tag{7}$$

where $\{p(n)\}_{n=0}^{\infty}$ is a nonnegative sequence of reals and k is a nonnegative integer.

In 1981, Domshlak [7] considered the case where $k = 1$. In 1989, Erbe and Zhang [8] proved that all solutions of (7) oscillate if

$$\beta := \liminf_{n \rightarrow \infty} p(n) > 0 \quad \text{and} \quad \limsup_{n \rightarrow \infty} p(n) > 1 - \beta \tag{8}$$

or

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} p(n) > \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}} \tag{9}$$

or

$$A := \limsup_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=n-k}^n p(i) > 1. \tag{10}$$

while Ladas, Philos and Sficas [13] improved the above condition (9) as follows

$$\alpha := \liminf_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=n-k}^{n-1} p(i) > \left(\frac{k}{k+1} \right)^{k+1}. \quad (11)$$

Note that this condition is sharp in the sense that the fraction on the right hand side can not be improved, since when $p(n)$ is a constant, say $p(n) = p$, then this condition reduces to

$$p > \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}},$$

which is a *necessary and sufficient condition* for the oscillation of all solutions to Eq.(2). Moreover, concerning the constant $\frac{k^k}{(k+1)^{k+1}}$ in (9), it should be emphasized that, as it is shown in [8], if

$$\sup p(n) < \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}}, \quad (N_1)$$

then (7) has a nonoscillatory solution.

In 1990, Ladas [12] conjectured that Eq. (7) has a nonoscillatory solution if

$$\frac{1}{k} \sum_{i=n-k}^{n-1} p(i) \leq \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}}$$

holds eventually. However this conjecture is not correct and a counter-example was given in 1994 by Yu, Zhang and Wang [25]. Moreover, in 1999 Tang and Yu [23], using a different technique, showed that Eq.(7) has a nonoscillatory solution if the so-called "corrected Ladas conjecture"

$$\sum_{i=n-k}^n p(i) \leq \left(\frac{k}{k+1} \right)^{k+1} \quad \text{for all large } n, \quad (N_2)$$

is satisfied.

In 2017 Karpuz [11] studied this problem and derived the following conditions. If

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \inf_{\lambda \geq 1} \left[\frac{1^n}{\lambda_{i=n-k}} [1 + \lambda p(i)] \right] > 1,$$

then every solution of Eq.(7) oscillates, while if there exists $\lambda_0 \geq 1$ such that

$$\frac{1^n}{\lambda_{0i=n-k}} [1 + \lambda_0 p(i)] \leq 1 \quad \text{for all large } n,$$

then Eq.(7) has a nonoscillatory solution. From the above conditions, using the Arithmetic-Geometric mean, it follows that if

$$\sum_{i=n-k}^n p(i) \leq \left(\frac{k}{k+1} \right)^k \quad \text{for all large } n, \quad (N_3)$$

then all solutions of Eq. (17) oscillate. That is, Karpuz [11] replaced condition (N_2) by (N_3) , which is a weaker condition.

It is interesting to establish sufficient conditions for the oscillation of all solutions to Eq.(7) when both (10) and (11) are not satisfied.

Stavroulakis [20] established the following.

Theorem 4.([20]) *Assume that*

$$0 < \alpha \leq \left(\frac{k}{k+1} \right)^{k+1}$$

and

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} p(n) > 1 - \frac{\alpha^2}{4}, \quad (12)$$

that all solutions of (7) oscillate.

Then, Stavroulakis [21] and Chatzarakis and Stavroulakis [5] improved the above result as follows.

Theorem 5.([21,5]) *Assume that $0 < \alpha \leq \left(\frac{k}{k+1} \right)^{k+1}$. Then either one of the conditions*

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=n-k}^{n-1} p(i) > 1 - \frac{\alpha^2}{4}, \quad (13)$$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=n-k}^{n-1} p(i) > 1 - \alpha^k \quad (14)$$

or

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=n-k}^{n-1} p(i) > 1 - \frac{\alpha^2}{2(2-\alpha)} \quad (15)$$

implies that all solutions of (7) oscillate.

Also Chen and Yu [6], following the above mentioned direction, derived the following oscillation condition

$$A > 1 - \frac{1 - \alpha - \sqrt{1 - 2\alpha - \alpha^2}}{2}. \quad (16)$$

In 2000, Shen and Stavroulakis [19], using new techniques, improved the previous results as follows.

Theorem 6. ([19]) *Assume that $0 \leq \alpha \leq k^{k+1}/(k+1)^{k+1}$ and that there exists an integer $l \geq 1$ such that*

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^k p(n-i) + [\bar{d}(\alpha)]^{-k} \prod_{i=1}^k \sum_{j=1}^k p(n-i+j) + \\ \sum_{m=0}^{l-1} [d(\alpha/k)]^{-(m+1)k} \sum_{i=1}^k \prod_{j=0}^{m+1} p(n-kj+i) \end{array} \right\} > 1, \quad (17)$$

where $\bar{d}(\alpha)$ and $d(\alpha/k)$ are the greater real roots of the equations

$$d^{k+1} - d^k + \alpha^k = 0$$

and

$$d^{k+1} - d^k + \alpha/k = 0,$$

respectively. Then all solutions of (7) oscillate.

Notice that when $k = 1$, $d(\alpha) = \bar{d}(\alpha) = (1 + \sqrt{1 - 4\alpha})/2$ (see [19]), and so condition (C_{10}) reduces to

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \left\{ Cp(n) + p(n-1) + \sum_{m=0}^{l-1} C^{m+1} \prod_{j=0}^{m+1} p(n-j-1) \right\} > 1, \quad (18)$$

where $C = 2/(1 + \sqrt{1 - 4\alpha})$, $\alpha = \liminf_{n \rightarrow \infty} p_n$. Therefore, from Theorem 6, we have the following corollary.

Corollary 1. ([19]) Assume that $0 \leq \alpha \leq 1/4$ and that (18) holds. Then all solutions of the equation

$$x(n+1) - x(n) + p(n)x(n-1) = 0 \quad (19)$$

oscillate.

A condition derived from (18), which can be easier verified, is given in the next corollary.

Corollary 2. ([19]) Assume that $0 \leq \alpha \leq 1/4$ and that

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} p(n) > \left(\frac{1 + \sqrt{1 - 4\alpha}}{2} \right)^2. \quad (20)$$

Then all solutions of (19) oscillate.

Remark 2. ([19]) Observe that when $\alpha = 1/4$, condition (20) reduces to

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} p(n) > 1/4$$

which can not be improved in the sense that the lower bound $1/4$ can not be replaced by a smaller number. Indeed, by condition (N_1) (Theorem 2.3 in [8]), we see that (19) has a nonoscillatory solution if

$$\sup p(n) < 1/4.$$

Note, however, that even in the critical state where

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p(n) = 1/4,$$

(19) can be either oscillatory or nonoscillatory. For example, if $p(n) = \frac{1}{4} + \frac{c}{n^2}$ then (19) will be oscillatory in case $c > 1/4$ and nonoscillatory in case $c < 1/4$ (the Kneser-like theorem, [7]).

Example 1. ([19]) Consider the equation

$$x(n-1) - x(n) + \left(\frac{1}{4} + a \sin^4 \frac{n\pi}{8} \right) x(n-1) = 0,$$

where $a > 0$ is a constant. It is easy to see that

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} p(n) = \liminf_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4} + a \sin^4 \frac{n\pi}{8} \right) = \frac{1}{4},$$

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} p(n) = \limsup_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4} + a \sin^4 \frac{n\pi}{8} \right) = \frac{1}{4} + a.$$

Therefore, by Corollary 2, all solutions oscillate. However, none of the conditions (8) – (16) is satisfied.

3.0.3 Difference equations with several variable coefficients

In this subsection we present explicit oscillation conditions for difference equations with several variable coefficients and with several constant retarded arguments of the form

$$\Delta x(n) + \sum_{i=1}^m p_i(n)x(n - k_i) = 0, \quad n \geq 0, \quad (21)$$

where $\{p_i(n)\}_{n=0}^{\infty}$, is a nonnegative sequence of real numbers and k_i are non-negative integers for $i = 1, 2, \dots, m$.

In 1989, Erbe and Zhang [8], and Tang and Deng [22] derived the following oscillation conditions for the difference equation (21)

$$\sum_{i=1}^m \left(\liminf_{n \rightarrow \infty} p_i(n) \right) \frac{(k_i + 1)^{k_i+1}}{(k_i)^{k_i}} > 1, \quad (22)$$

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \frac{(k_i + 1)^{k_i+1}}{k_i^{k_i}} p_i(n) > 1, \quad (23)$$

respectively.

In 1999, Tang and Yu [23] replaced the coefficients with their arithmetic means and improved (23) as follows

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \left(\frac{k_i + 1}{k_i} \right)^{k_i+1} \sum_{j=n+1}^{n+k_i} p_i(j) > 1. \quad (24)$$

while in 2001, Tang and Zhang [24] derived the following upper limit condition

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m \sum_{j=n}^{n+k_i} p_i(j) > 1, \quad (25)$$

References

1. P. Agarwal, *Difference Equations and Inequalities*, Marcel Dekker, 1992.

2. R. P. Agarwal, M. Bohner, S. R. Grace and D. O' Regan, *Discrete Oscillation Theory*, Hindawi Publishing Corporation, New York, 2005.
3. O. Arino, I. Györi and A. Jawhari, Oscillation Criteria in Delay Equations, *J. Differential Equations* **53** (1984), 115-123.
4. E. Braverman and B. Karpuz, On oscillation of differential and difference equations with non-monotone delays, *Appl. Math. Comput.*, **218** (2011), 3880–3887.
5. G. E. Chatzarakis and I. P. Stavroulakis, Oscillations of first order linear delay difference equations, *Austral. J. Math. Anal. Appl.* **3** (2006), no.1, Art.14, pp. 1-11.
6. M.P. Chen and Y.S. Yu, Oscillations of delay difference equations with variable coefficients, *Proc. First Intl. Conference on Difference Equations*, (Edited by S.N. Elaydi et al), Gordon and Breach 1995, pp. 105-114.
7. Y. Domshlak, Discrete version of Sturmian Comparison Theorem for non-symmetric equations, *Dokl. Azerb. Acad. Sci.* **37** (1981), 12-15 (in Russian).
8. L. H. Erbe and B. G. Zhang, Oscillation of discrete analogues of delay equations, *Differential Integral Equations* **2** (1989), pp 300–309.
9. I. Györi and G. Ladas, *Oscillation Theory of Delay Differential Equations with Applications*, Clarendon Press, Oxford, 1991.
10. B.R. Hunt and J.A. Yorke, When all solutions of $x'(t) = -\sum q_i(t)x(t - T_i(t)) = 0$ Oscillate, *J. Differential Equations* **53** (1984), 139-145.
11. B. Karpuz, Sharp oscillation and nonoscillation tests for linear difference equations, *J. Difference Equ. Appl.*, **23** (2017). no.12, 1229-1242.
12. G. Ladas, Recent developments in the oscillation of delay difference equations, In *International Conference on Differential Equations, Stability and Control*, Dekker, New York, 1990.
13. G. Ladas, Ch.G. Philos and Y.G. Sficas, Sharp conditions for the oscillation of delay difference equations, *J. Appl. Math. Simulation*, **2** (1989), 101-112.
14. G. Ladas and I.P. Stavroulakis, On Delay Differential Inequalities of First order, *Funkcial. Ekvac.* **25** (1982), no.9, 637-640.
15. G. Ladas and I.P. Stavroulakis, Oscillations caused by several retarded and advanced arguments, *J. Differential Equations* **44** (1982), no.1 134-152.
16. V. Lakshmikantham and D. Trigiante, *Theory of difference equations: Numerical methods and applications*, Mathematics in Science and Engineering, 181, Academic Press, Boston, MA, 1998.
17. G.M. Moremedi and I.P. Stavroulakis, Oscillation conditions for difference equations with a monotone or non-monotone argument, *Discr. Dyn. Nat. Soc.*, Vol. **2018**, Article ID 9416319, 13 pages.
18. G.M. Moremedi, I.P. Stavroulakis and Zh.Kh. Zhunussova, Necessary and Sufficient Conditions for Oscillations of Functional Differential Equations, *J. Math. Mech. Comput. Sci.*, **99** (2018), No 3, 12-23.
19. J.H. Shen and I.P. Stavroulakis, Oscillation criteria for delay difference equations, *Electron. J. Diff. Eqns. Vol.* **2001** (2001), no.10, pp. 1-15.
20. I.P. Stavroulakis, Oscillations of delay difference equations, *Comput. Math. Applic.*, **29** (1995), 83-88..
21. I.P. Stavroulakis, Oscillation criteria for first order delay difference equations, *Mediterr. J. Math.* **1** (2004), 231-240;
22. X.H. Tang and Y.B. Deng, Oscillation of difference equations with several delays, *Hunan Daxue Xuebao* **25** (1998),no.2, 1-3.
23. X.H. Tang and J.S. Yu, A further result on the oscillation of delay difference equations, *Comput. Math. Applic.*, **38** (1999), 229-237.
24. X.H. Tang and R.Y. Zhang, New oscillation criteria for delay difference equations, *Comput. Math. Applic.*, **42** (2001), no.10-11. 1319-1330.
25. J.S. Yu, B.G. Zhang and Z.C. Wang, Oscillation of delay difference equations, *Appl. Anal.*, **53** (1994), 117-124.

МРНТИ 27.31.21

Бездисперсионный предел уравнения Ма

Есмаханова К.Р., Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева,
г. Нур-Султан, Казахстан, E-mail: yesmakhanovakr@gmail.com
Мырзакулова Ж.Р., Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилева,
г. Нур-Султан, Казахстан, E-mail: zhrmyrzakulova@gmail.com

В настоящее время возрос интерес к исследованию солитонов, которые применяются во многих фундаментальных теориях, таких как математика, физика, и другие. Солитоном называют структурно устойчивую уединенную волну, распространяющуюся в нелинейной среде, которая при столкновении друг с другом сохраняет свою структуру. В основе теории солитонов лежат нелинейные интегрируемые уравнения. Основопологающим математическим механизмом для решения нелинейных интегрируемых уравнений является метод обратной задачи рассеяния. Данный метод устанавливает связь между нелинейным интегрируемым уравнением и линейной системой. Бездисперсионные интегрируемые уравнения являются одним из новых разделов теории интегрируемых уравнений. Они приобрели значительный интерес благодаря обширному применению в различных приложениях естествознания. В данной работе исследовано одно из обобщений известного из теории солитонов уравнение Ландау-Лифшица называемое уравнением Ма. Уравнение Ландау - Лифшица является геометрическим эквивалентом нелинейного уравнения Шрёдингера, также выполняется калибровочная эквивалентность между ними. Нелинейные уравнения Ма описывают резонансное взаимодействие коротких и длинных волн в плазме. Также найдено бездисперсионное уравнение Ма и для него построено представление Лакса, которое доказывает его интегрируемость.

Ключевые слова: интегрируемые уравнения, бездисперсионный предел, уравнение Ма, представление Лакса.

Ма теңдеуінің дисперсиясыз шегі

Есмаханова К.Р., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан, E-mail: kryesmakhanova@gmail.com
Мырзакулова Ж.Р., Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті,
Нұр-Сұлтан қ., Қазақстан, E-mail: zhrmyrzakulova@gmail.com

Қазіргі уақытта математика, физика және тағы сол сияқты көптеген іргелі теорияларда қолданылатын солитондарды зерттеуде қызығушылығы артты. Солитондар бір-бірімен соқтығысқан кезде құрылымын сақтайтын, сызықты емес ортада таралатын, құрылымдық тұрақты жекеленген толқын деп аталады. Солитондардың теориясы сызықтық интегралданатын теңдеулерге негізделген. Сызықты интегралданатын теңдеулерді шешудің іргелі математикалық механизмі - кері шашырау әдісі. Бұл әдіс сызықтық жүйемен сызықты емес интегралданатын теңдеудің арасындағы байланысты орнатады. Дисперсиясыз интегралданатын теңдеулер интегралданатын теңдеулер теориясының жаңа бөлімдерінің бірі болып табылады. Олар жаратылыстану ғылымының түрлі қолданбаларында кеңінен қолданылуына байланысты үлкен қызығушылыққа ие болды. Осы мақалада солитондар теориясында белгілі Ландау-Лифшиц теңдеуінің жалпыламасы болатын Ма теңдеуін зерттедік. Ландау - Лифшиц теңдеуі сызықтық емес Шредингер теңдеуінің геометриялық эквиваленті болып табылады және олардың арасында калибрлік эквиваленттілік бар. Ма теңдеуі плазмадағы қысқа және ұзын толқындардың өзара әрекеттесуін сипаттайды. Сонымен қатар, дисперсиясыз Ма теңдеуі табылды және оның интегралдануын дәлелдейтін Лакс жұбы құрылды.

Түйін сөздер: интегралданатын теңдеулер, дисперсиясыз шектер, Ма теңдеуі, Лакс жұбы.

Dispersionless Limits of Ma Equations

Yesmakhanova K.R., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan,
E-mail: kryesmakhanova@gmail.com

Myrzakulova Zh.R., L.N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan,
E-mail: zhrmyrzakulova@gmail.com

At present, there is a great interest in the study of solitons, which are used in many fundamental theories, such as mathematics, physics, and others. Solitons are called a structurally stable solitary wave propagating in a nonlinear medium, which retains its structure when colliding with each other. The theory of solitons is based on nonlinear integrable equations. The fundamental mathematical mechanism for solving nonlinear integrable equations is the inverse scattering method. This method establishes a connection between a nonlinear integrable equation with a linear system. Dispersionless integrable equations are one of the new sections of the theory of integrable equations. They gained considerable interest due to their extensive use in various applications of natural science. In this paper, we investigated one of the generalizations of the Landau-Lifshitz equation known from soliton theory, which is called the Ma equation. The Landau – Lifshitz equation is the geometric equivalent of the nonlinear Schrödinger equation, and there is also a gauge equivalence between them. The nonlinear equations of Ma describe the resonant interaction of short and long waves in a plasma. Also, the dispersionless Ma equation was found and a Lax representation was constructed for it, which proves its integrability.

Key words: dispersionless limit, integrable equation, Ma equation, Lax representation.

1 Введение

В 1965 году американские физики М. Крускал и Н. Забуски ввели понятие солитона (уединенной волны). Универсальность и множество приложений при объяснении различных процессов в нелинейных окружениях привели к широкому распространению понятия солитонов в современной науке. Работы К. С. Гарднера, Дж. М. Грина, М. Д. Крускала и Р. М. Миуры по исследованию нелинейных уравнений в частных производных привели к открытию метода обратной задачи рассеяния. Он впервые был применен к уравнению Кортевега — де Фриза. Описание данного вопроса многогранно и обстоятельно изложено в книгах [1-6]. Одним из значимых разделов нелинейных интегрируемых уравнений являются бездисперсионные уравнения. В работах [7-18] был введен новый систематический метод для построения бездисперсионных уравнений с использованием представления Лакса. Исследуемое $(1+1)$ -мерное нелинейное уравнение Ма (НУМ) имеет следующий вид [19]

$$iq_t + q_{xx} - \omega q = 0, \quad (1)$$

$$\omega_t + \delta (|q|^2)_x = 0, \quad (2)$$

где $q = q(x, t)$, $\omega = \omega(x, t)$ комплексные функции $\delta = \pm 1$. Систему уравнений (1) и (2) можно переписать в терминах $E(x, t)$ и $n(x, t)$

$$iE_t - 2E_{xx} + 2nE = 0, \quad (3)$$

$$n_t + (|E|^2)_x = 0, \quad (4)$$

где $E = E(x, t)$ и $n = n(x, t)$ -комплекснозначные функций. В дальнейшем будем работать с системой уравнений (3) и (4). Уравнение Ма является вполне интегрируемым с помощью метода обратной задачи рассеяния. Как известно, если нелинейное уравнение

интегрируемо то оно имеет представление Лакса (ПЛ). Для уравнений (3) и (4) ПЛ выглядит следующим образом:

$$\Phi_x(x, t, \lambda) = U(x, t, \lambda) \Phi(x, t, \lambda), \quad (5)$$

$$\Phi_t(x, t, \lambda) = V(x, t, \lambda) \Phi(x, t, \lambda). \quad (6)$$

где λ -собственное значение и Φ - собственная функция соответствующая собственному значению. Здесь матричные функции U и V имеют вид:

$$U(x, t, \lambda) = i\lambda\Sigma + Q, \quad (7)$$

$$V(x, t, \lambda) = 2i\lambda^2V_2 + \lambda V_1 + V_0 = 2i\lambda^2\Sigma^2 + \lambda V_1 + V_0, \quad (8)$$

где записаны следующие формы

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & p & in \\ 0 & 0 & \bar{p} \\ -i & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} 0 & 2p & 0 \\ 0 & 0 & -2\bar{p} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad V_0 = \begin{pmatrix} 0 & -2ip_x & -2i|p|^2 \\ -2\bar{p} & 0 & 2i\bar{p}_x \\ 0 & -2p & 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

2 Обзор литературы

С конца 20-го века исследованию теории солитонов и нелинейных интегрируемых систем посвящено много работ, так как они активно развиваются. Начало теории было положено в работах М. Абловиц, Х. Сигур [1], Дж.Л. Лэм [2], А. Ньюэлл [3], В.Е. Захаров, А.Б. Шабат [4], [5] и Л.А. Тахтаджян, Л.Д. Фаддеев [6] и других ученых в области математики и физики. Их работы, в основном, посвящены фундаментальным понятиям теории солитонов, нелинейных интегрируемых уравнений и посвящены методам их решения, таким как метод обратной задачи рассеяния. Труды по исследованию бездисперсионных пределов нелинейных интегрируемых систем появились более позднее. В настоящее время особо интенсивные исследования проводятся зарубежными учеными (Л. Богданов, В.Г. Конопельченко, А. Моро, Дж. С. Брунелли и др) [7-18], а так же группой казахстанских ученых Р. Мырзакуловым и его учениками, основные результаты которых отражены в [20-25]. В работах Р. Мырзакулова были предложены новые интегрируемые бездисперсионные уравнения с самосогласованными источниками и их представления Лакса. Уравнение ферромагнетика Гейзенберга получается путем нахождения выражения его интегрируемости. В частности, была изучена геометрия этих уравнений. Данная работа является продолжением научных исследований рассмотренных в [24–25].

3 Материал и методы

3.1 Бездисперсионный предел однокомпонентного (1+1)-мерного нелинейного уравнения Ма

Перейдем к нахождению бездисперсионного предела исследуемого уравнения. Для этого произведем масштабное преобразование по переменным x и t [20-25], то есть:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow \epsilon \frac{\partial}{\partial t}, \quad \frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \epsilon \frac{\partial}{\partial x} \quad (10)$$

ϵ -масштабный параметр. Если перейдем к непрерывному пределу $\lim_{\epsilon \rightarrow 0}$, то система уравнений (3) и (4) примет вид

$$i\epsilon E_t - 2\epsilon^2 E_{xx} + 2nE = 0, \quad (11)$$

$$\epsilon n_t + \epsilon^2 (|E|^2)_x = 0. \quad (12)$$

Теперь, произведем замену переменных в уравнениях (11) и (12) в таком виде

$$E = 2\sqrt{u} e^{i\epsilon \partial_x^{-1} v}, \quad (13)$$

где $u(x, t)$ и $v(x, t)$ -вещественнозначные функции, также $|E|^2 = u$. Далее, нужно вычислить все члены нелинейной системы (11) и (12). Продифференцируем уравнение (13) сначала по переменной x

$$E_x = 2 \left(\frac{u_x}{2\sqrt{u}} + \frac{i}{\epsilon} v \sqrt{u} \right) e^{i\epsilon \partial_x^{-1} v}, \quad (14)$$

$$E_{xx} = \left\{ \left[\left(\frac{u_x}{2\sqrt{u}} \right)_x - \frac{2}{\epsilon^2} v^2 \sqrt{u} \right] + \left[(v\sqrt{u})_x + \frac{u_x v}{2\sqrt{u}} \right] \right\} e^{i\epsilon \partial_x^{-1} v}. \quad (15)$$

Затем по переменной t

$$E_t = 2 \left(\frac{u_t}{2\sqrt{u}} + \frac{i}{\epsilon} \partial^{-1} v \sqrt{u} \right) e^{i\epsilon \partial_x^{-1} v}. \quad (16)$$

Теперь, подставляя (14)-(16) в уравнения (11) и (12) получаем

$$2i\epsilon \left(\frac{u_t}{2\sqrt{u}} + \frac{i}{\epsilon} \sqrt{u} \partial^{-1} v_t \right) + 4v^2 \sqrt{u} - 4i\epsilon \left[v_x \sqrt{u} + \frac{u_x v}{2\sqrt{u}} + \frac{u_x v}{2\sqrt{u}} \right] + 4n\sqrt{u} = 0. \quad (17)$$

Предел при $\epsilon \rightarrow 0$ полученного уравнения называется бездисперсионным пределом, поскольку дисперсионный член ϵ^2 обращается в нуль. Затем, разложим последнее уравнение по степеням ϵ

$$\epsilon^1 : \frac{i u_t}{2\sqrt{u}} - 4i \left(v_x \sqrt{u} + \frac{u_x v}{2\sqrt{u}} + \frac{u_x v}{2\sqrt{u}} \right) = 0, \quad (18)$$

$$u_t - 4(uv_x + u_x v) = 0, \quad (19)$$

$$\epsilon^0 : -2\sqrt{u} \partial^{-1} v_t + 4v^2 \sqrt{u} + 4n\sqrt{u} = 0, \quad (20)$$

$$\partial^{-1}(v_t) - 2v^2 - 2n = 0. \quad (21)$$

Путем проведения некоторых элементарных вычислений, получаем искомое бездисперсионное уравнение Ма

$$v_t - 2(v^2 + n)_x = 0, \quad (22)$$

$$u_t - 4(uv)_x = 0, \quad (23)$$

$$n_t + 4u_x = 0. \quad (24)$$

3.2 Представление Лакса бездисперсионного (1+1)-мерного нелинейного уравнения Ма

Для того, чтобы построить ПЛ для бездисперсионного уравнения Ма (22)-(24), рассмотрим систему линейных дифференциальных уравнений по x

$$\Psi_{1x} = i\lambda\Psi_1 + \frac{E}{2}\Psi_2 + in\Psi_3, \quad (25)$$

$$\Psi_{2x} = \frac{\bar{E}}{2}\Psi_3, \quad (26)$$

$$\Psi_{3x} = -i\Psi_1 - i\lambda\Psi_3, \quad (27)$$

и соответственно по t

$$\Psi_{1t} = 2i\lambda^2\Psi_1 + \lambda E\Psi_2 - iE_x\Psi_2 - \frac{i}{2}|E|^2\Psi_3, \quad (28)$$

$$\Psi_{2t} = -\bar{E}\Psi_1 - \lambda\bar{E}\Psi_3 + iE_x\Psi_3, \quad (29)$$

$$\Psi_{3t} = 2i\lambda^2\Psi_3 - E\Psi_2. \quad (30)$$

Введем функцию Ψ_i ($i = 1, 2, 3$) в следующем виде

$$\Psi_1 = \xi_1 e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}, \quad (31)$$

$$\Psi_2 = \xi_2 e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x - \partial_x^{-1}v)}, \quad (32)$$

$$\Psi_3 = \xi_3 e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}, \quad (33)$$

где χ , $u(x, t)$, $v(x, t)$ и ξ_i -вещественные функции, так же функция E имеет вид (13). Далее, применив масштабное преобразование (10) получаем эквивалентное соотношение дифференциальным системам (25)-(27) и (28)-(30), соответственно

$$\epsilon\Psi_{1x} = [i\lambda\xi_1 + \sqrt{u}\xi_2 + in\xi_3] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}, \quad (34)$$

$$\epsilon\Psi_{2x} = \sqrt{u}\xi_3 e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x - \partial_x^{-1}v)}, \quad (35)$$

$$\epsilon\Psi_{3x} = [-i\lambda\xi_3 - i\xi_1] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}, \quad (36)$$

и

$$\epsilon\Psi_{1t} = 2 \left[i\lambda^2\xi_1 + \lambda\sqrt{u}\xi_2 - i \left(\frac{u_x}{2\sqrt{u}}\xi + \frac{i\sqrt{uv}}{\epsilon} \right) \xi_2 - iu\xi_3 \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}, \quad (37)$$

$$\epsilon\Psi_{2t} = 2 \left[-\sqrt{u}\xi_1 + i \left(\frac{u_x}{2\sqrt{u}} + \frac{i\sqrt{uv}}{\epsilon} \right) \xi_3 - \lambda\sqrt{u}\xi_3 \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x - \partial_x^{-1}v)}, \quad (38)$$

$$\epsilon\Psi_{3t} = 2 \left[-\sqrt{u}\xi_2 + i\lambda^2\xi_3 \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}. \quad (39)$$

Затем, получаем производные по x из уравнения (31)-(33)

$$\Psi_{1x} = \left[\xi_{1x} + \frac{i}{\epsilon} \xi_1 (\chi_x - \lambda) \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}, \quad (40)$$

$$\Psi_{2x} = \left[\xi_{2x} + \frac{i}{\epsilon} \xi_2 (\chi_x - \lambda - v) \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x - \partial_x^{-1} v)}, \quad (41)$$

$$\Psi_{3x} = \left[\xi_{3x} + \frac{i}{\epsilon} \xi_3 (\chi_x - \lambda) \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}. \quad (42)$$

и по переменной t

$$\Psi_{1t} = \left[\xi_{1t} + \frac{i}{\epsilon} \xi_1 \chi_t \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}, \quad (43)$$

$$\Psi_{2t} = \left[\xi_{2t} + \frac{i}{\epsilon} \xi_2 (\chi_t - \gamma) \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x - \partial_x^{-1} v)}, \quad (44)$$

$$\Psi_{3t} = \left[\xi_{3t} + \frac{i}{\epsilon} \xi_3 \chi_t \right] e^{\frac{i}{\epsilon}(\chi - \lambda x)}. \quad (45)$$

Приравняем выражения (34)-(36) с (40)-(42)

$$\epsilon \left[\xi_{1x} + \frac{i}{\epsilon} \xi_1 (\chi_x - \lambda) \right] = i\lambda \xi_1 + \sqrt{u} \xi_2 + in \xi_3, \quad (46)$$

$$\epsilon \left[\xi_{2x} + \frac{i}{\epsilon} \xi_2 (\chi_x - \lambda - v) \right] = \sqrt{u} \xi_3, \quad (47)$$

$$\epsilon \left[\xi_{3x} + \frac{i}{\epsilon} \xi_3 (\chi_x - \lambda) \right] = -i\xi_1 - i\lambda \xi_3. \quad (48)$$

Перейдя к пределу при $\epsilon \rightarrow 0$, а так же разложив по различным степеням ϵ систему (46)-(48) получим

$$i\xi_1 (\chi_x - \lambda) = i\lambda \xi_1 + \sqrt{u} \xi_2 + in \xi_3, \quad (49)$$

$$i\xi_2 (\chi_x - \lambda - v) = \sqrt{u} \xi_3, \quad (50)$$

$$i\xi_3 (\chi_x - \lambda) = -i\lambda \xi_3 - i\xi_1. \quad (51)$$

Уравнения (49)-(51) могут быть записаны более упрощено

$$i\xi_1 (\chi_x - 2\lambda) = \sqrt{u} \xi_2 + in \xi_3, \quad (52)$$

$$i\xi_2 (\chi_x - \lambda - v) = \sqrt{u} \xi_3, \quad (53)$$

$$i\xi_3 \chi_x = -i\xi_1. \quad (54)$$

Отсюда находим ξ_i

$$\xi_1 = -\chi_x \xi_3, \quad (55)$$

$$\xi_2 = -\frac{i\sqrt{u}}{\chi_x - \lambda - v} \quad (56)$$

и для функций u имеем

$$u = [\chi_x (\chi_x - 2\lambda) + n] (\chi_x - \lambda - v). \quad (57)$$

Подставляя найденное уравнение в уравнение (53) получим

$$\chi_x^2 - 2\lambda\chi_x + n = \frac{u}{\chi_x - \lambda - v}.$$

Если $\chi_x = p$, то это уравнение сводится к виду

$$p^2 - 2\lambda p + n = \frac{u}{p - \lambda - v}. \quad (58)$$

Предполагая что $p - \lambda = f$, следовательно $p_t = f_t$, окончательно получим уравнение в терминах функций f

$$f^2 + n - \lambda^2 = \frac{u}{f - v} \quad (59)$$

или

$$f^2 - \frac{u}{f - v} + n - \lambda^2 = 0, \quad (60)$$

где $p - \lambda = f$ и $p_t = f_t$. Тем самым, получаем часть ПЛ. Теперь перейдем ко второй временной части ПЛ. Аналогично x , приравнивая уравнения (37)-(39) к уравнениям (43)-(45) имеем

$$i\chi_t\xi_1 = 2i\lambda^2\xi_1 + 2\lambda\sqrt{u}\xi_2 + 2\sqrt{uv}\xi_2 - 2iu\xi_3 \quad (61)$$

Подставляя выражения (55) и (56) в найденное уравнение (61) находим

$$(2\lambda^2 - \chi_t)\chi_x + \frac{2u(\lambda + v)}{\chi_x - \lambda - v} + 2u = 0. \quad (62)$$

После элементарных преобразований и учитывая (57) последнее выражение примет следующий вид

$$\chi_t = 2[\lambda^2 + \chi_x^2 - 2\lambda\chi_x + n]. \quad (63)$$

Для получения уравнения в терминах функции f , продифференцируем уравнение по переменной x

$$\chi_{tx} = (2[\lambda^2 + \chi_x^2 - 2\lambda\chi_x + n])_x. \quad (64)$$

Замена переменных в виде $\chi_x = p$ дает

$$p_t = [p^2 + \lambda^2 - 2\lambda p + n]_x. \quad (65)$$

Затем, используя обозначение $p - \lambda = f$, окончательно получим вторую часть представления Лакса

$$f_t = 2[f^2 + n]_x. \quad (66)$$

Итак, представлением Лакса для бездисперсионного уравнения Ма является (58), (65) или (60), (66).

4 Результаты и обсуждение

В настоящей работе выведено бездисперсионное $(1+1)$ -мерное уравнение Ма. А также интегрируемость бездисперсионного уравнения Ма была установлена путем построения его пары Лакса. Полученный результат используется для нахождения решения вышеупомянутого уравнения и дальнейшего исследования бездисперсионных уравнений.

5 Заключение

Данная статья является продолжением [24-25]. В этих работах, в качестве примеров, были представлены хорошо известные бездисперсионные уравнения, такие как бездисперсионные уравнения Кортевега де Фриза, Шрёдингера, Дэви - Стюартсона и другие. Так же были подробно изучены некоторые новые бездисперсионные системы. В некоторых случаях были выведены представления Лакса. Которые в свою очередь доказывают интегрируемость соответствующих уравнений. В будущих работах запланировано нахождение решений этих исследуемых уравнений.

6 Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РК в рамках грантов 0118RK00935 и 0118RK00693.

Список литературы

- [1] Абловиц М. и Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи // -М.:Мир - 1987. - С.450.
- [2] Лэм Дж.Л. Введение в теорию солитонов // -М.:Мир - 1983. - С.294.
- [3] Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике // -М.:Мир - 1989. - С.324.
- [4] Захаров В.Е. и Шабат А.Б. Схема интегрирования нелинейных уравнений математической физики методом обратной задачи рассеяния I // Функ.анализ и его прил. - 1974. - Т.8, №3, - С.226-235.
- [5] Захаров В.Е. и Шабат А.Б. Интегрирования нелинейных эволюционных уравнений математической физики методом обратной задачи рассеяния II // Функ.анализ и его прил. - 1979. - Т.13, №3, - С.98.
- [6] Takhtajan L.A. Integration of the continuous Heisenberg spin chain through the inverse scattering method // Phys. Lett. - 1977. - Vol.69A, №2b, - P.235-237.
- [7] Konopelchenko B.G. Quasiclassical generalized Weierstrass representation and dispersionless DS equation // Journal of Physics A. - 2007. - Vol.40, №46, - P.995-1005.
- [8] Brunelli J.C. Dispersionless Limit of Integrable Models // Braz.J.Phys. - 2000. - Vol.30. - P.455-468.
- [9] Blaszkak M. and Szablikowski B.M. From dispersionless to soliton systems via Weyl-Moyal like deformations // J. Phys. A: Math. Gen. - 2003. - Vol.36. - P.12181.
- [10] Blaszkak M., Szablikowski B.M. Classical R-matrix theory of dispersionless system:I.(1+1)-dimension theory // J. Phys. A: Math. Gen. - 2002. - Vol.35. - P.10325.
- [11] Ferapontov E.V., Moro A. and Novikov V.S. Integrable equations in 2+1-dimensions: deformations of dispersionless limits // J. Phys. A: Math. Theor. - 2009. - Vol.42, - P. 345205.
- [12] Konno K., Oono H. New coupled integrable dispersionless equation // J. Phys. Soc. Jpn. - 1993. - Vol.63, №5, - P.377-378.
- [13] Konno K. Integrable coupled dispersionless equations // Applicable Analysis.In. J - 1995. - Vol.57, №1, - P.209-220.

- [14] Zhaqilao, Zhao Yi-Long and Li Zhi-Bin N-solution of a coupled integrable dispersionless equation //CH. Phys. Soc and IOP Publishing Ltd. - 2009. - Vol.18, №5, - P.1780- 1786.
- [15] Yi G. On the dispersionless Davey-Stewartson system: Hamiltonian vector fields Lax pair and relevant nonlinear Riemann-Hilbert problem for dDS-II system // [arXiv:1809.04225].
- [16] Yi G. On the dispersionless Davey-Stewartson hierarchy: Zakharov- Shabat equations, twistor structure and Lax- Sato formalism // [arXiv:1812.10220].
- [17] Shen S., Feng B.F. and Ohta Y. From the real and complex coupled dispersionless equations to the real and complex short pulse equations // Stud. Appl. Math. - 2016. - Vol.136, - 6488
- [18] Szablikowski B.M., Blaszak M. Meromorphic Lax representation of (1+1) -dimensional multi-Hamiltonian dispersionless systems // J. Math. Phys.: - 2006. - Vol.47. - P.092701.
- [19] Маханьков В.Г., Мырзакулов Р. σ -модельные представление системы уравнений Яджимы-Ойкавы // Сообщ. ОИЯИ. Дубна. - 1984. - P.5, №3. - С.1-6.
- [20] Myrzakulov A. and Myrzakulov R. Integrable geometric flows of interacting curves/surfaces, multilayer spin systems and the vector nonlinear Schrodinger equation //International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. - 2016. - Vol.13, №1, - P.1550134.
- [21] Myrzakulov R., Martina L., Kozhamkulov T.A., Myrzakul Kur. Integrable Heisenberg ferromagnets and soliton geometry of curves and surfaces // Nonlinear Physics. London - 2003. - P.248- 253.
- [22] Bekova G., Nugmanova G., Shaikhova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R. Coupled Dispersionless and Generalized Heisenberg Ferromagnet Equations with Self-Consistent Sources: Geometry and Equivalence // [arXiv:1901.01470].
- [23] Myrzakulova Z., Nugmanova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R. Dispersionless Limits of Integrable Generalized Heisenberg Ferromagnet Equations // [arXiv:1903.09195].
- [24] Myrzakulova Z., Myrzakul A., Nugmanova G., Myrzakulov R. Notes on Integrable Motion of Two Interacting Curves and Two-layer Generalized Heisenberg Ferromagnet Equations // [DOI:10.13140/RG.2.2.35045.04320].
- [25] Myrzakulova Z., Myrzakulov R. Dispersionless limits of integrable magnetic equations // [DOI:10.13140/RG.2.2.25820.64649].

References

- [1] Ablowitz M. and Sigur H., "Solitony i metod obratnoi zadachi [Solitons and the inverse problem method]", M.: Mir (1983): 450.
- [2] Lam J.L., "Vvedenie v teoriu solitonov [Introduction to the theory of solitons]", M.: Mir (1983): 294.
- [3] Newell A., "Solitoni v matematike i fizike [Solitons in mathematics and physics]", M.: Mir (1989): 324.
- [4] Zakharov V.E. and Shabat, A.B., "Shema integrirovaniya nelineinyh uravnenii matematicheskoi fiziki metodom obratnoy zadachi rasseyaniya [The integration scheme of nonlinear equations of mathematical physics by the method of the inverse scattering problem I]", Funk.analiz. and its adj. vol. 8, no 3 (1974): 226-235.
- [5] Zakharov V.E. and Shabat, A.B., "Integrirovaniya nelineinyh evaliucionih uravnenii matematicheskoi fiziki metodom obratnoy zadachi rasseyaniya [The integration scheme of nonlinear equations of mathematical physics by the method of the inverse scattering problem II]", Funk.analiz. and its adj. vol. 13, no 3 (1979): 98.
- [6] Takhtajan L.A., "Integration of the continuous Heisenberg spin chain through the inverse scattering method ", Phys. Lett. 69A, no 2b (1977): 235-237.
- [7] Konopelchenko B.G., "Quasiclassical generalized Weierstrass representation and dispersionless DS equation", Journal of Physics A. vol. 40, no 46 (2007). 995-1005.
- [8] Brunelli J.C., "Dispersionless Limit of Integrable Models", Braz.J.Phys. vol. 30 (2000): 455-468.
- [9] Blaszak M., Szablikowski B.M., "From dispersionless to soliton systems via Weyl-Moyal like deformations", J. Phys. A: Math. Gen. vol. 36 (2003): 12181.

- [10] Blaszak M., Szablikowski B.M., "Classical R-matrix theory of dispersionless system:I.(1+1)-dimension theory", Phys. A: Math. Gen. vol. 35 (2002): 10325.
- [11] Ferapontov E.V., Moro A. and Novikov V.S., "Integrable equations in 2+1-dimensions: deformations of dispersionless limits", Journal of Physics A. vol. 40 (2007). 345205.
- [12] Konno K., Oono H., "New coupled integrable dispersionless equation", J. Phys. Soc. Jpn. vol. 63, no 5 (1993). 377-378.
- [13] Konno K., "Integrable coupled dispersionless equations", Applicable Analysis. In. J vol. 57, no 1 (1995). 209-220.
- [14] Zhaqilao, Zhao Yi-Long and Li Zhi-Bin, "N-solution of a coupled integrable dispersionless equation", CH. Phys. Soc and IOP Publishing Ltd. vol. 18, no 5 (2009). 1780-1786.
- [15] Yi G., "On the dispersionless Davey-Stewartson system: Hamiltonian vector fields Lax pair and relevant nonlinear Riemann-Hilbert problem for dDS-II system", [arXiv:1809.04225].
- [16] Yi G., "On the dispersionless Davey-Stewartson hierarchy: Zakharov- Shabat equations, twistor structure and Lax- Sato formalism", [arXiv:1812.10220].
- [17] Shen S., Feng B.F. and Ohta Y., "From the real and complex coupled dispersionless equations to the real and complex short pulse equations", Stud. Appl. Math. vol. 136 (2016). 6488.
- [18] Szablikowski B.M., Blaszak M., "Meromorphic Lax representation of (1+1) -dimensional multi-Hamiltonian dispersionless systems", J. Math. Phys. vol. 47 (2006). 092701.
- [19] Makhankov V.G., Myrzakulov R., " σ -modelnie predctavlenie systemy uravneniy Yidjimi- Oikavi [*sigma* -model representation of the Yadjima-Oikawa system of equations]", Soobshch. JINR. Dubna. vol. 5, no 3 (1974): 1-6.
- [20] Myrzakulov A. and Myrzakulov R., "Integrable geometric flows of interacting curves/surfaces, multilayer spin systems and the vector nonlinear Schrodinger equation", International Journal of Geometric Methods in Modern Physics. vol. 13, no 1 (2016). 1550134.
- [21] Myrzakulov R., Martina L., Kozhamkulov T.A., Myrzakulov R., "Integrable Heisenberg ferromagnets and soliton geometry of curves and surfaces", Nonlinear Physics. London. vol. 1 (2003). 248-253.
- [22] Bekova G., Nugmanova G., Shaikhova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R., "Coupled Dispersionless and Generalized Heisenberg Ferromagnet Equations with Self-Consistent Sources: Geometry and Equivalence", [arXiv:1901.01470].
- [23] Myrzakulova Z., Nugmanova G., Yesmakhanova K., Myrzakulov R., "Dispersionless Limits of Integrable Generalized Heisenberg Ferromagnet Equations, [arXiv:1903.09195].
- [24] Myrzakulova Z., Myrzakulov A., Nugmanova G., Myrzakulov R., "Notes on Integrable Motion of Two Interacting Curves and Two-layer Generalized Heisenberg Ferromagnet Equations", [DOI:10.13140/RG.2.2.35045.04320].
- [25] Myrzakulova Z., Myrzakulov R., "Dispersionless limits of integrable magnetic equations", [DOI:10.13140/RG.2.2.25820.64649].

2-бөлім

Механика

Раздел 2

Механика

Section 2

Mechanics

IRSTI 55.03.14

Simulation of the crank press dynamics by SimulationX software

Jomartov A.A., Institute of Mechanics and Mechanical Engineering
named after academician U.A. Joldasbekov,

Almaty, Kazakhstan, E-mail: legsert@mail.ru

Tuleshov A.K., Institute of Mechanics and Mechanical Engineering
named after academician U.A. Joldasbekov ,

Almaty, Kazakhstan, E-mail: aman_58@mail.ru

Halicioglu R., Turkish Machine Theory Association,
Gaziantep, Turkey, E-mail: recephalicioglu@gmail.com

Kuatova M. Zh., Institute of Mechanics and Mechanical Engineering
named after academician U.A. Joldasbekov,

Almaty, Kazakhstan, E-mail: kuatova.moldyr@mail.ru

The most important problem of engineering is to increase the productivity of crank presses. It is necessary to increase press drive working velocities. In result, press' dynamic loads in links and its mechanisms sharply increase. Now, the investigation of the dynamics of crank presses is a vital problem and requires preparation of a dynamic model. A dynamic model selection depends on the reliability of the initial information about system parameters and other factors. The preparation of a dynamic model requires preliminary calculations and sometimes experimental studies. For the selection of a successful dynamic model of a machine, the researcher must have an engineering intuition, information on previous dynamic calculation, experimental studies and operating a machine. This paper presents the dynamic simulation of the crank press by using complex SimulationX® software. For simulation of crank press dynamic, an electric motor which has 0.5 kW power, 450 rpm rated speed and 4000 N rated load on the slider was considered. It was founded that the dynamic loads on links of the crank press increase sharply at the time of switching the clutch and clutch moment reach 120 Nm.

Key words: dynamics, crank press, simulation, SimulationX.

SimulationX бағдарламасында қосиінді баспақ динамикасын модельдеу

Джомартов А.А., У.А. Жолдасбеков атындағы механика және машинатану институты,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: legsert@mail.ru

Түлешов А.К., У.А. Жолдасбеков атындағы механика және машинатану институты,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: aman_58@mail.ru

Халисиоглы Р., Түрік машина жасау қауымдастығы,
Газиантеп қ., Түркия, E-mail: recephalicioglu@gmail.com

Куатова М. Ж., У.А. Жолдасбеков атындағы механика және машинатану институты,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: kuatova.moldyr@mail.ru

Машина жасау саласының маңызды мәселесінің бірі қисық қосиінді баспақтардың өнімділігін арттыру болып саналады. Қисық қосиінді баспақтардың өнімділігін арттыру үшін баспақ жетегінің жұмыс жылдамдығын көбейту қажет. Осының нәтижесінде, түйіндердегі және баспақ механизмдеріндегі динамикалық жүктемелер күрт өседі. Қазіргі уақытта қисық қосиінді баспақтардың динамикасын зерттеу өзекті мәселе болып табылады және динамикалық модель құрастыруды талап етеді. Динамикалық моделді таңдауда жүйе параметрлері және басқа факторлар туралы алғашқы ақпараттардың нақтылығына сүйенген дұрыс. Динамикалық моделді құрастыру үшін алдын-ала есептеулер, ал кей уақытта эксперименттік зерттеулер де қажет болады. Машинаның сәтті динамикалық моделін таңдау үшін, инженерлік интуиция, бұрынғы динамикалық есептеулер жөнінде ақпараттар, эксперименттік зерттеулер мен машинаны қолданудағы мәліметтер болуы керек. Жұмыста қисық қосиінді баспақтың динамикасын SimulationX бағдарламалық комплексінде моделдеу қарастырылған. Қисық иінді баспақтың динамикасын модельдеу қуаты 0,5 кВт, номиналдық айналыс жиілігі 450 бір минуттағы айналым және сырғаққа түсетін 4000 Н номиналдық жүксалмағы бар электроқозғалтқышпен жүргізілді.

Түйін сөздер: динамика, қосиінді баспақ, модельдеу, SimulationX.

Моделирование динамики кривошипного прессы на SimulationX

Джомартов А.А., Институт механики и машиноведения им. У.А. Джолдасбекова,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: legsert@mail.ru

Тулешов А.К., Институт механики и машиноведения им. У.А. Джолдасбекова,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: aman_58@mail.ru

Халисиоглы Р., Турецкая Ассоциация Теории Машин,
г. Газиантеп, Турция, E-mail: reccephalicioglu@gmail.com

Куатова М.Ж., Институт механики и машиноведения им. У.А. Джолдасбекова,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: kuatova.moldyr@mail.ru

Одной из важнейшей задачей машиностроения является повышение производительности кривошипных прессов. Для увеличения производительности кривошипных прессов необходимо увеличение рабочих скоростей привода прессы. В результате этого, динамические нагрузки в узлах и механизмах прессы резко возрастают. Исследование динамики кривошипных прессов, в настоящее время, является актуальной задачей и требует составления динамической модели. Выбор динамической модели зависит от достоверности исходной информации о параметрах системы и других факторов. Для составления динамической модели требуются предварительные расчеты, а иногда и экспериментальные исследования. Для выбора удачной динамической модели машины, необходимо иметь инженерную интуицию, информацию о предыдущих динамических расчетах, данные экспериментальных исследований и эксплуатации машины. В работе рассмотрено моделирование динамики кривошипного прессы на программном комплексе SimulationX. Моделирование динамики кривошипного прессы проводилось с электродвигателем мощностью 0.5 кВт, номинальной частотой вращения 450 об/мин и номинальной нагрузкой на ползуна 4000 Н. В результате установлено, что в момент включения муфты динамические нагрузки в узлах кривошипного прессы резко возрастают и значения момента на муфте достигает до 120 Н*м.

Ключевые слова: динамика, кривошипный пресс, моделирование, SimulationX.

1 Introduction

The theoretical study of a machine motion begins with the compilation of a dynamic model in which it seeks to display the most significant factors of the problem under consideration. A dynamic model is an idealized displaying of a considered mechanical system, used in its theoretical study and engineering calculations.

The real mechanical system has an infinite number of freedom degrees. The degree of the real system idealization, in its displaying with the dynamic model, depends on many factors.

Assuming, that the inertial parameters (mass or moment of inertia) of the system focus in single points or sections, which connected by inertia less, elastic-dissipative, geometric bonds, it is possible to compose the dynamic model with a limited number of freedom degrees. The practical using these assumptions bring to the fact that pick out in the system the most massive elements and the most non-rigid parts of the kinematic chain. The inertial, elastic and dissipative properties of other elements are considered by reduced values of corresponding parameters.

A select of the dynamic model depends on the reliability of the initial information about system parameters and other factors. For the preparation of a dynamic model required preliminary calculations, and sometimes experimental studies. For selection of the successful dynamic model of a machine, it is required to have an engineering intuition, information on previous dynamic calculation, experimental studies and operating a machine.

The most important problem of engineering is to increase the productivity of crank presses. For increasing the productivity of crank presses, it is necessary to increase press drive working velocities. In result, press dynamic loads on links and its mechanisms sharply increase. The investigation of the dynamics of crank presses is an important problem today and requires preparation of a dynamic model.

In this study, simulation of crank press dynamic model, analysis and calculation of dynamic parameters as a function of time have been aimed. The press and its components are simulated by using SimulationX software.

2 Literature review

For analyze of dynamic processes in the crank presses, its mechanisms are simulated by multi-mass oscillatory systems, which permit calculate loads associated with shafts torsional oscillations and stress-strain of a connecting rod, a slider, and a press frame. In the study of Telegin (Telegin 2013) dynamic model of the crank press is a concentrated masses system connected by elastic-dissipative bonds. The main difference of this model from the already known is the possibility of research oscillatory processes in the crank press, both taking in view of torsional shaft deformations, stress-strain of a connecting rod, a slider, a press frame, and in view of the bending oscillations of its main shaft. In presented work (Telegin 2013) movement of dynamic model masses describes by twenty-two ordinary, nonlinear, piecewise-continuous differential second-order equations (mathematical model), generated by using Lagrange equation of the second kind with "extra" coordinates. It proves that the mathematical description of these dynamic models is quite laborious.

Therefore, at present, there is a tendency to use various software for computer simulation of mechanisms dynamics. Bostwick and Szadkowski utilized computer simulation program, which was written in Fortran evaluated a system of nonlinear differential equations of the laboratory facing dynamometer, with initial conditions by the standard Runge-Kutta method. Computer simulation programs for the engagement of actual systems can be utilized as analytical tools for predicting and quantifying the engagement quality in actual vehicles (Bostwick and Szadkowski 1998). Hlavac et al. (Hlavac, Cechura and Kubec 2011) discussed the development of virtual simulation methods used for the construction of mechanical presses frames. Jang et al. formulated a new dynamic model for simulation of the hysteresis and the contact force of automotive clutch damper springs (Jang, Kim and Bae 2013). Jomartov developed

a vector model of a timing diagram of an automatic machine, which allows solving of the various dynamic tasks by changing the parameters of a timing diagram of its mechanisms (A. Jomartov 2013). Haliciouglu et al. (Haliciouglu, Dulger and Bozdana 2014) modeled the slider-crank mechanism by using Matlab/Simulink platform, which was possible to extend motion scenarios for the slider with servo inputs. Chval and Cechura compared the conventional press with power transmission using the crank mechanism and the press with the yoke mechanism by using FEM simulation (Chval and Cechura 2014). In the simulation process of judder oscillations, the structure allowed easy implementation in equation-based multi-body dynamics simulation software applications like ADAMS (Hafele and Kucukay 2014). Li et al. established a theoretical model to interpret the behavior of judder in clutches, and use the vibrations varying with time and their spectrum analysis to verify its validity (Li, Yu-WenHuang and Lin 2015). Li and Singh examined the transient vibration amplification in a nonlinear powertrain system by using 4DOF and SDOF nonlinear models (Li and Singh 2015). Jomartov et al. (Jomartov, Joldasbekov and Drakunov 2015) established a dynamic synthesis of a machine with a slider-crank mechanism by using Maple platform. Akbaria et al. (Akbaria, Fallahib and Pirbodaghia 2016) investigated the dynamic behavior of a slider-crank mechanism with a flexible connecting rod. They derived the equations of motion of the mechanism by using the Euler-Lagrange method and the mode summation technique. Zheng et al. (Zheng, Zhu and Lu 2016) presented an improved dynamic model of flexible multi-link mechanism with clearance and lubrication established by using ADAMS software. Li, Lu et al. developed 4DOF model of the clutch engagement process with nonlinear friction coefficient for discussion of the vibration response characteristics of the clutch engagement and judder mechanism and analysis of the influence of each critical physical parameter. (Li, Lu, et al. 2018).

3 Material and methods

3.1 A crank press

A crank press is a machine with a slider-crank mechanism, which intends for stamping of varying details (Altan 1998), (Bocharev 2008), (Svistunov 2008), (Rej and Monjatovskii 2000), (Zaleskiy 1973), (Zhivov and Ovchinnikov 1973), (Shcheglov, Maksimov and Lints 1979), (Osakada, et al. 2011), (Haliciouglu, Dulger and Bozdana 2015).

During the work of the crank press, on the links and mechanisms, there are significant dynamic loads, especially moment on them. These dynamic loads relate with a feature of crank press work, which is the shock cyclic loads with sudden, almost instant stops. In this regard, the investigation of crank press dynamic has a great interest. The structure scheme of the press is shown in Figure 1 (Bocharev 2008).

The operating principle of the crank press (fig. 1): a crankshaft (10) revolves around an axle and through a connecting rod (2) drives a slider (1) with a stamp. The press drive consists of an electric motor (7), a wedge-belt transmission and flywheel (5). A start clutch of the press (11) places at the end of a crankshaft 10. A flywheel brake (4) is for stopping of the press. The slider-crank mechanism brake (3) is for stopping of the crank press mechanisms.

The press is driven by an electric motor via flywheel. As the motion parameters of a function link and a slider depend on only kinematic links of the main work mechanism, the

crank press refers to unregulated machines with limited slide displacement, which equals double crank radius or double eccentricity of eccentric.

An asynchronous electric motor power accelerates a flywheel and all driving links with the corresponding moment of inertia to a steady angular velocity during the technological cycle time and informs it the kinetic energy of a flywheel rotational motion. Wherein a crankshaft and all driven links of slider crank mechanism are stationary, a slide is in the extreme upper (initial) position. When clutch (11) start, a crankshaft (10) revolves, drive and driven links move together, a slide with the fixed on top stamp makes work stroke. After ending of work stroke a slide makes returned stroke. If the press works with single strokes, then when a slider gains the initial position a clutch (11) turns off and at the same time slider-crank mechanism brake 3 turns on. A slide stops in the upper (initial) position and the work cycle complete.

Switching-on, switching-off, and interlocking of clutches and brakes make with the control system (Bocharev 2008). A clutch, a brake, and a control system are called press switching system, and reliability and operation safety of the whole press depend on efficiency this system.

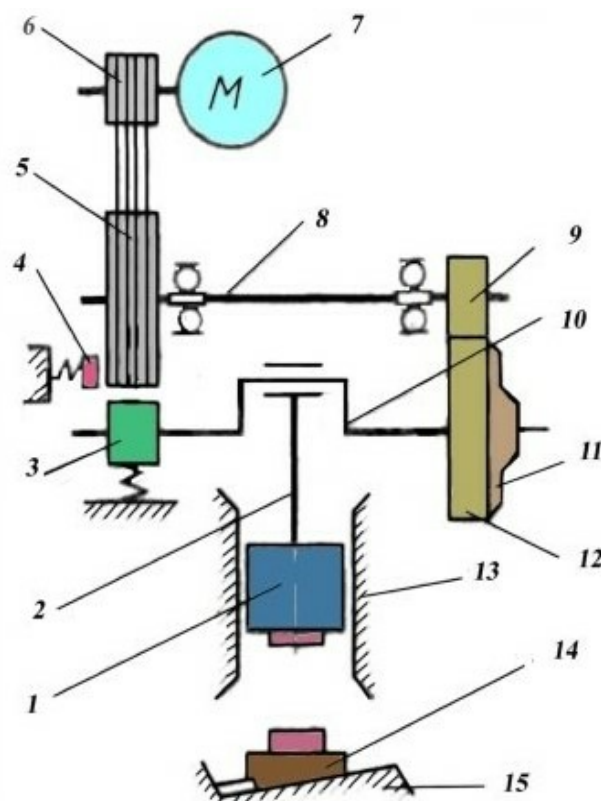


Figure 1: Structure scheme of crank press: 1 - slider, 2 - connecting rod, 3 - slider-crank mechanism brake, 4 - flywheel brake, 5 - flywheel, 6 - pulley, 7 - electric motor, 8 - drive shaft, 9 - drive gear, 10 - crankshaft, 11 - start clutch, 12 - driven gear, 13 - slide guides, 14 - wedge table, 15 - press base.

3.2 The dynamic model of crank press on the SimulationX

SimulationX® software was used for simulation and analysis of crank press movement in this study (<http://www.simulationx.com/> n.d.). Dynamic of the crank press can be well simulated by using this software. SimulationX® is a multidisciplinary software package for modeling of physical and technical objects and systems, which developed and commercially sold by ITI GmbH from Dresden since 2000 (<http://www.simulationx.com/> n.d.). Scientists and engineers, working in industry and education spheres, use this tool for development, simulation, analyze and virtual test of complex mechatronic systems. The software, on a single platform, simulates the behavior and interaction of various physical objects of mechanic (1D and 3D), drive technique, electric, hydraulic, pneumatic and thermodynamic systems, also magnetism, analog and digital control systems.

Most notable, that the main advantage of SimulationX® is quick construction of models from intuitively-understandable objects of mechanics (mass, force, moment, spring, damper, friction, lever, etc.), pneumatics and hydraulics (pneumatic cylinder, valve, throttle etc.), mechanical engineering and electrical engineering (motors, couplings, clutches, gear and other mechanisms, driveshaft, differential, etc.) and controls (sensor-meter, control signals, etc.)

Figure 2 shows the dynamic model of the crank press on the SimulationX® (Jomartov, Joldasbekov and Drakunov 2015), (Jomartov A. and Joldasbekov 2015), (Jomartov and Tuleshov 2018). Figure 3 shows library elements of the SimulationX®, which we use to create the model.

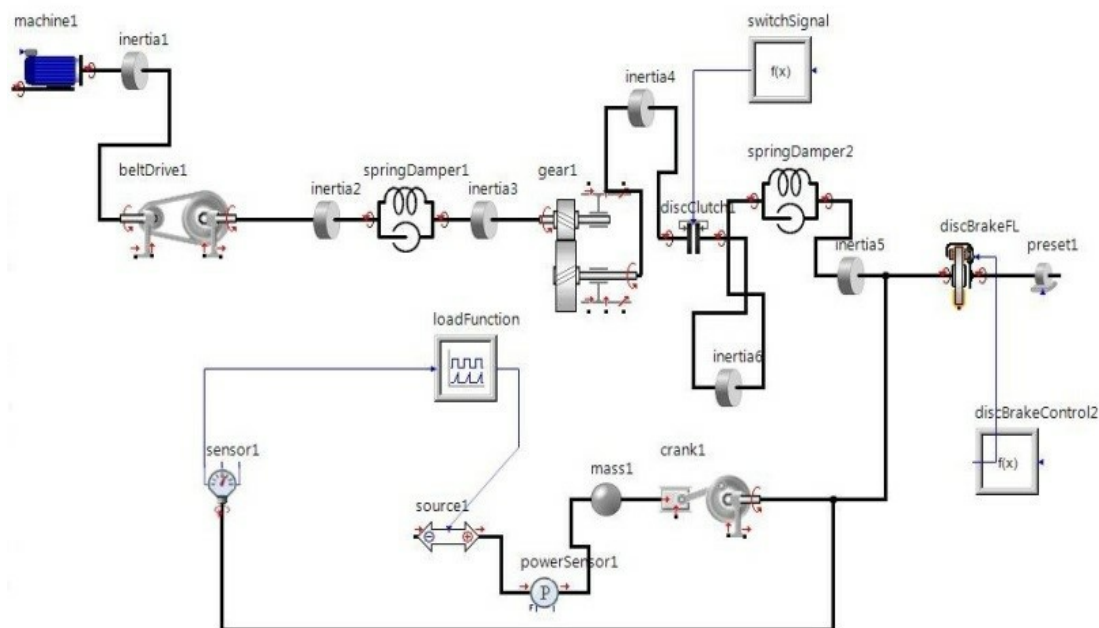


Figure 2: Dynamic model of the crank press on the SimulationX®

List of designations (Fig.3) and description of library elements of the SimulationX®:

1- *Asynchronous electric motor*. This element simulates simple an asynchronous electric motor. The model based on stationary features of an electric motor. This element simulates

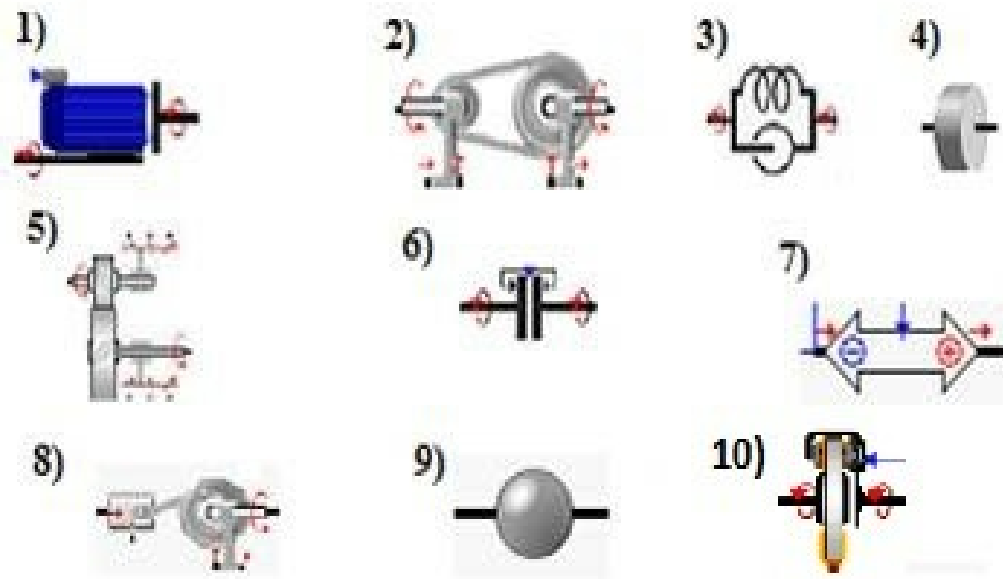


Figure 3: Library elements of the SimulationX®

an asynchronous electric motor with sufficient accuracy in the simulation of machine drive. Here simulate starting a motor, transition and steady processes, depending on loads and shaft rotate velocity.

2 - *Belt drive*. This element simulates work of belt drive in view of elastic-dissipative features. The model takes into account reactions and displacements of belt drive pulleys in bearings of support that permits to simulate the interaction of transmission with a base.

3 - *Spring-Damper-Clearance*. The model presents elastic and/or a damped behavior between rotary links, with a possibility of taking account into clearances. Springs always act in parallel with dampers.

4 - *Inertia*. This element simulates inertia moment of a rotary link. Also, there is a possibility of variable inertia moment simulation.

5 - *Transmission*. The element Transmission is an ideal transformer of rotary motions and forces, functioning between two components in a rotating mechanical system. It works like an ideal transformer without accounting dissipation and performs the specified transmission ratio or power balance conditions at input and output. This element permits to simulate fixed and variable ratios for angles or velocities at input and output.

6 - *Disk clutch*. This model represents a component, which turns on and interrupts a torque flow (and, consequently, power transmission) between components of the drive. The model can be used for simulation of a multi-disc clutch of machine or gearbox. In addition, the friction of the brakes (for example, in automate gearbox) can be simulated. Also, an elasticity, damping and clutch friction parameters can be described. In a transmission of the model, the clutch can be turned on by a switch signal.

7 - *External force*. This type of element permits to simulate forces between two components or only on one component of the mechanical model. It provides universal, functional force transmission in the mechanical model.

8 - *Crank mechanism*. The element simulates slider-crank mechanism in view of clearances in joints, elastic-dissipative properties of a connecting rod.

9 - *Mass*. This element simulates the mass of a linear link. Also, there is a possibility of variable mass simulation.

10 - *Disk brake*. The model of Disk brake represents a component, which turns on and interrupts a torque flow (and, consequently, power transmission) between mobile and fixed components of the drive. The model can be used for simulation of a multi-disc clutch of machine or gearbox. In addition, the friction of the brakes (for example, in automate gearbox) can be simulated. Also, an elasticity, damping and clutch friction parameters can be described in braking.

3.3 Initial parameters of the model

Rated power and rated speed of the electric motor are considered as 0.5 kilowatts, 450 rpm, respectively. The numerical values of features, inertia moments of crank press links and shafts rigidity were taken from Bocharov study (Bocharov 2008).

The rated force, developing by the slider of the slider-crank working mechanism in a part in front of an extreme lower slider stroke point, simulates by a sinus signal generator (loadFunction) and a linear force (with load) (Fig.4). This loads force depends on an angle of the crank. The maximum value of the force is in the lower slider stroke point and equal to 4000 N. In figures, 5a and 5b present parameters of a start clutch and brakes of the crank press.

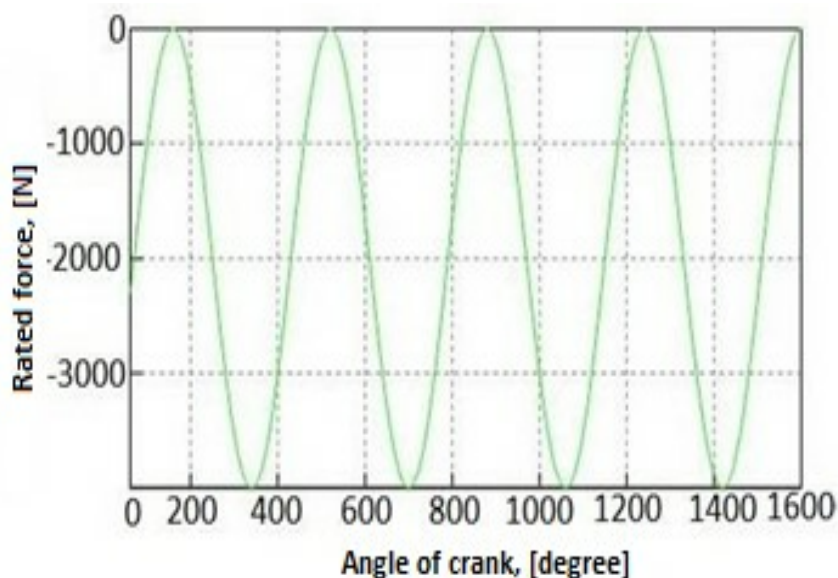


Figure 4: Rated force, developing by the slider of the slider-crank working mechanism

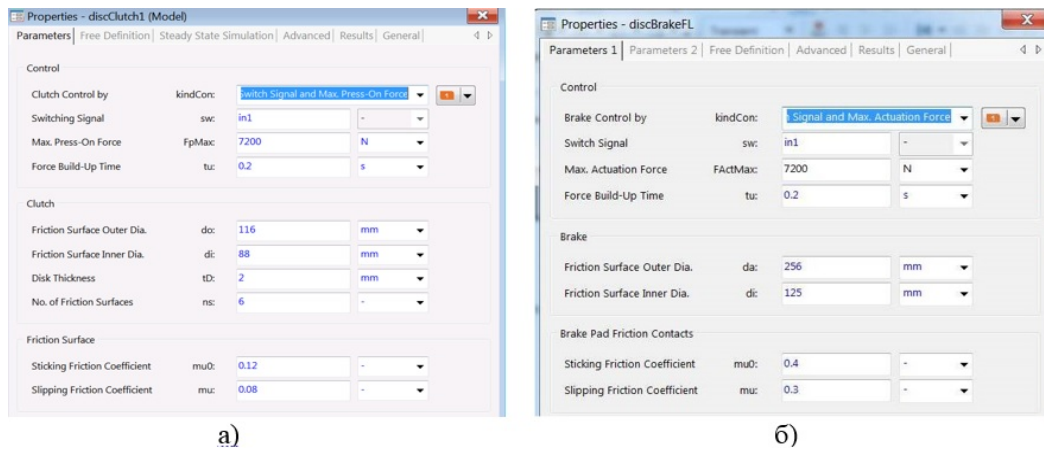


Figure 5: The parameters of a) the crank press start clutch, b) the crank press brakes

4 Simulation Results

The start clutch of the crank press engages for 10 seconds and connects a moving flywheel to the functional mechanism. The transmitted moment by the start clutch is shown in Figure 6. Figures 7 and 8 present the calculated start clutch data of the crank press.

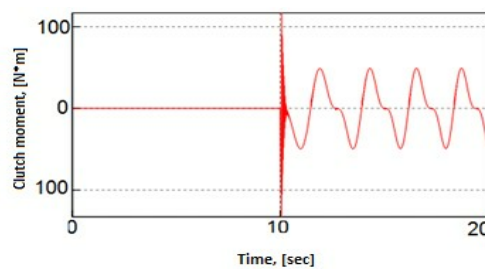


Figure 6: The moment transmitted by the start clutch

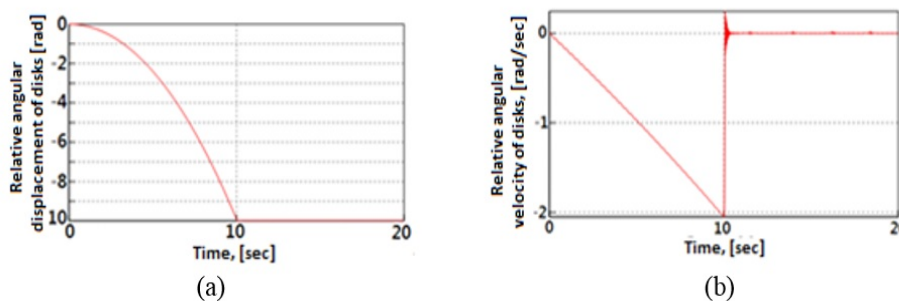


Figure 7: The calculated data of the start clutch: a) relative angular displacement of disks; b) relative angular velocity of disks

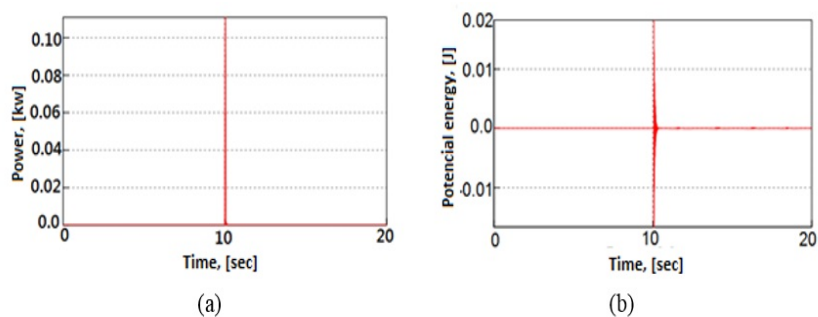


Figure 8: The calculated data of the start clutch: a) power loss when switching-on; b) potential energy change of the clutch

Figures 9a, 9b, 9c, 9d, show displacement, velocity, acceleration and load of the press slider dependence on time, respectively. In figure 10 present moment on the brake when it engages for 8 seconds and the clutch of the crank press off.

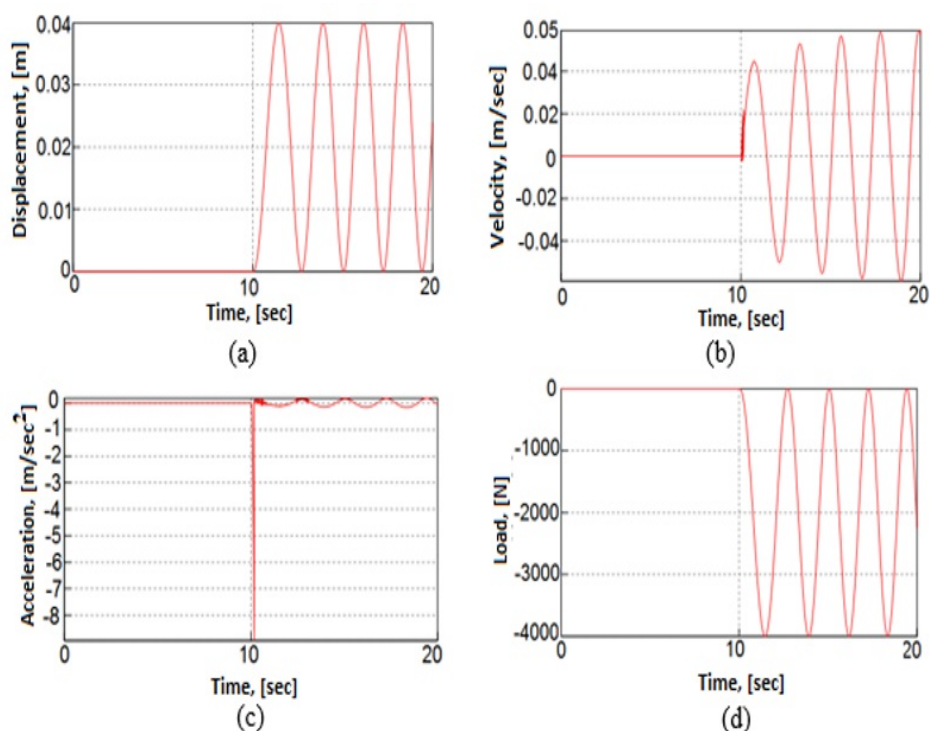


Figure 9: The calculated data of the press slider: a) displacement; b) velocity; c) acceleration; d) load

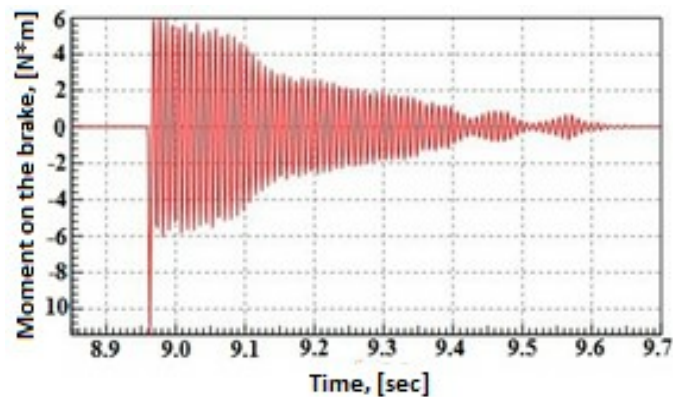


Figure 10: Moment on the brake when switching-on

5 Conclusions

- Simulation of the crank press dynamics with the interaction with its entire links was performed by using SimulationX® software.
- In result of crank press dynamic calculation, the values of the moment, transmitted by the start clutch; relative angular displacement of disks; relative angular velocity of disks; power loss when switching-on and potential energy change of the clutch were obtained. Also, the values of the displacement, velocity, acceleration, and load of the crank press slider at the moment of the clutch switching-on and after motion were determined.
- At the moment of the clutch switching-on and working of a brake, the dynamic loads in links of the crank press sharply increased.
- The visibility of models and graphical results are especially useful for students and engineers when studying the dynamics of the crank press.

6 Acknowledgment

The authors would like to thank the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan for the financial support under the grant funding (Number: AP05134959)

References

- [1] "Modelling and Simulation of Technical Systems," latest update May, 2018, <http://www.simulationx.com/>.
- [2] Akbaria, S., F. Fallahib, and T. Pirbodaghia, "Dynamic analysis and controller design for a slider-crank mechanism with piezoelectric actuators", *Journal of Computational Design and Engineering*, 3, no. 4 (2016): 312-321.
- [3] Altan, *Metal forming handbook*. Schuler: Springer, 1998.
- [4] Bocharov Yu. A. *Kuznechno-shtampovochnoe oborudovanie [Press forging equipment]*. Moscow: Akademiya, 2008.
- [5] Bostwick C., and A. Szadkowski, "Self-excited Vibrations during Engagements of Dry Friction Clutches", *SAE Technical Paper Series*, (1998).
- [6] Chval Z. M., and Cechura M., "Optimization of Power Transmission on Mechanical Forging Press" (paper presented at the 24th DAAAM International Symposium on Intelligent Manufacturing and Automation, Zadar, Croatia, October 23-26, 2013).

-
- [7] Hafele J., and F. Kuchukay, "Multi-body dynamics analysis of power train judder oscillations considering aggregate dynamics", *International Journal of Vehicle Noise and Vibration*, 10, (2014): 64-76.
- [8] Halicioglu R., Dulger L., and Bozdana A., "Modelling and simulation based on MatLab/Simulink: a press mechanism", *Journal of Physics: Conference Series*, 490, (2014): 1-4.
- [9] Halicioglu R., Dulger L. C., and Bozdana A. T., "Mechanisms, classifications, and applications of servo presses: A review with comparisons", *Journal of Engineering Manufacture*, Part B, (2015): 123-135.
- [10] Hlavac J., Cechura M., and Kubec V., "The development of virtual simulation in design of mechanical presses", *Technologia*, 61, no. 13 (2011): 499-504.
- [11] Jang J. D., Kim G. W., and Bae D. S., "Rigid multi-body model for simulation of the dynamic hysteresis and the contact force of automotive clutch damper springs", *Proc. of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, (2013): 190-198.
- [12] Jomartov A. A., and Joldasbekov S. U., "Typical dynamic models of the cyclic mechanism on the software SimulationX", *Proc. of 2015 IFToMM World Congress*, (2015): 214-220.
- [13] Jomartov, A. A., Joldasbekov S. U., and Drakunov Yu. M., "Dynamic synthesis of machine with slider-crank mechanism", *Mechanical sciences*, 6, no. 1 (2015): 35-40.
- [14] Jomartov A., "Vector model of the timing diagram of automatic machine", *Mechanical sciences*, 4, no. 2 (2013): 391-396.
- [15] Jomartov A., and Tuleshov A., "Vector method for kinetostatic analysis of planar linkages", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 10, (2018): 55-69.
- [16] Li L., Lu Z., Li L., Sun T., Jing X., and Shanggua W., "Modeling and analysis of friction clutch at a driveline for suppressing car starting judder", *Journal of Sound and Vibration*, 424, (2018): 335-351.
- [17] Li L., and Singh R., "Start-Up Transient Vibration Analysis of a Vehicle Powertrain System Equipped with a Nonlinear Clutch Damper", *SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst.*, 8, no. 2 (2015).
- [18] Lia T., Yu-WenHuang Yu., and Lin J., "Studies on centrifugal clutch judder behavior and the design of frictional lining materials", *Mechanical Systems and Signal Processing*, (2015): 66-67.
- [19] Osakada K., Mori K., Altan T., and Groche P., "Mechanical servo press technology for metal forming", *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, 60, no.2 (2011): 651-672.
- [20] Rej R. I., and Monjatovskii S.S. *Kuznechno-shtampovochnoe oborudovanie. Pressy krivoshipnye [Press forging equipment. Crank presses]*. Lugansk:East Ukrainian National University Press, 2000.
- [21] Shcheglov V. F., Maksimov L. Yu., and Lints V. P. *Kuznechno-pressovyie mashiny [Forging machines]*. Moscow: Mashinostroyeniye, 1979.
- [22] Svistunov V E. *Kuznechno-shtampovochnoe oborudovanie. Krivoshipnye pressy [Press forging equipment. Crank presses]*. Moscow: Moscow State Industrial University, 2008.
- [23] Zaleskiy V. I. *Oborudovaniye kuznechno-pressovykh tsekhov [Press-shops equipment]*. Moscow: Vysshaya shkola, 1973.
- [24] Zheng E., Zhu R., and Lu X., "A study on dynamics of flexible multi-link mechanism including joints with clearance and lubrication for ultra-precision presses", *An International Journal of Nonlinear Dynamics and Chaos in Engineering Systems*, 83, (2016): 137-159.
- [25] Zhivov L. I., and Ovchinnikov A. G. *Kuznechno-shtampovochnoe oborudovanie. Pressy [Press forging equipment. Presses]*. Kiev: Vysshaya shkola, 1973.

МРНТИ 30.17.23

Об одной обратной задаче по определению гидравлического сопротивления нефтепровода

Босинов Д.Ж., Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: bossinov.daniyar@gamil.com
Жапбасбаев У.К., Казахский национальный исследовательский технический
университет имени К.И. Сатпаева,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: uzak.zh@mail.ru

Приводятся результаты определения коэффициента гидравлического сопротивления трубы магистрального нефтепровода. Способ «горячей» перекачки считается одним из надежных для транспортировки высоковязкой и высокозастывающей (парафинистой) нефти. В «горячей» перекачке парафинистой нефти происходит: 1) снижение температуры из-за теплопередачи с холодным грунтом и рост вязкости нефти; 2) изменение шероховатости стенки трубы нефтепровода из-за выпадения асфальто-смолистых и парафиновых отложений. Эти факторы приводят к тому, что закон гидравлического сопротивления трубопровода в форме Альтшуля необходимо поправить в зависимости от числа Рейнольдса и степени шероховатости стенки.

Решение проблемы ищется путем постановки обратной задачи для определения закона гидравлического сопротивления в форме Альтшуля. Математическая постановка задачи включает систему уравнения движения и теплообмена и модифицированные формулы Альтшуля с неизвестными коэффициентами. Система уравнения движения и теплообмена решается численным методом, разностные аналоги уравнения движения – методом характеристик, теплообмена – методом бегущего счета.

В расчетах были определены распределения давления, скорости и температуры, и найдены неизвестные коэффициенты модифицированной формулы Альтшуля путем сравнения расчетных и фактических данных SCADA системы. В результате сравнения расчетных и опытных данных построена зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса и шероховатости стенки трубопровода. Согласие расчетных данных с фактическими показателями SCADA системы позволяет указать о достоверности результатов метода обратной задачи для определения коэффициента гидравлического сопротивления магистрального нефтепровода.

Ключевые слова: Магистральные нефтепроводы, обратная задача, высоковязкая и высокозастывающая нефть, коэффициент гидравлического сопротивления, формула Альтшуля.

Мұнай құбырындағы гидравликалық кедергіні анықтайтын бір кері есеп туралы

Босинов Д.Ж., Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: bossinov.daniyar@gamil.com
Жапбасбаев У.К., Қ.И. Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: uzak.zh@mail.ru

Магистральдық мұнай құбырының гидравликалық кедергі заңын анықтау нәтижелері келтірілген. «Ыстық» айдау әдісі тұтқырлығы жоғары және тез қататын (парафинді) мұнайды тасымалдаудың сенімділерінің бірі болып саналады. Парафинді мұнайды «ыстық» айдауда келесі өзгерістер болады: 1) суық топыраққа жылуды берудің арқасында температураның төмендеуі және мұнай тұтқырлығын артуы; 2) асфальты-шайырлы және парафинді шөгінділердің тұнуына байланысты құбыр қабырғасының кедір-бұдырлығының өзгеруі. Бұл факторлар Альтшуля түріндегі құбырдың гидравликалық кедергі заңын Рейнольдс санына және қабырға кедір-бұдырлығының дәрежесіне байланысты түзету қажеттігін көрсетеді.

Мәселені шешу Альтшуля түріндегі гидравликалық қарсылық заңын анықтау үшін кері есептің қойылымы арқылы ізделінеді. Проблеманың математикалық қойылымы қозғалыс және жылу алмасу теңдеулер жүйесінен және белгісіз коэффициенттері бар түрлендірілген Альтшуля формуласын қамтиды. Қозғалыс және жылу алмасу теңдеулер жүйесі сандық әдіспен, қозғалыс теңдеуінің айырымдық аналогтары сипаттамалар әдісімен, жылу алмасу теңдеуінің айырымдық аналогтары жылжымалы шот әдісімен шешіледі.

Есептеулерде қысымның, жылдамдықтың және температураның таралуы анықталды және SCADA жүйесінің есептеу деректері мен нақты деректерін салыстыру арқылы Альтшуля формуласының белгісіз коэффициенттері табылды. Есептік және тәжірибелік деректерді салыстыру нәтижесінде гидравликалық кедергі коэффициентінің Рейнольдс санына және құбыр қабырғасының кедір-бұдырлығына тәуелділігі салынды. SCADA жүйесінің нақты көрсеткіштері мен есептелген мәліметтердің келісімі магистральдық мұнай құбырының гидравликалық кедергі коэффициентін анықтаудың кері есеп әдісінің нәтижелерінің дұрыстығын көрсетуге мүмкіндік береді.

Түйін сөздер: Магистральдық мұнай құбырлары, кері есеп, тұтқырлығы жоғары және тез қататын мұнай, гидравликалық кедергі коэффициенті, Альтшуля формуласы.

About one inverse problem on determination the hydraulic resistance of the pipeline

Bossinov D.Zh., Al-Farabi Kazakh National University,

Almaty, Kazakhstan, E-mail: bossinov.daniyar@gamil.com,

Zhapbasbaev U.K., K.I. Satbayev Kazakh National Research Technical University,

Almaty, Kazakhstan, E-mail: uzak.zh@mail.ru

The results of determining the law of hydraulic resistance of the pipe of the main oil pipeline are provided. The method of «hot» transfer is considered one of the most reliable for transportation of highly viscous and high- congealing (paraffin) oil. In the «hot» transfer of paraffin oil the following occurs: 1) a decrease in temperature due to heat transfer with cold soil and an increase in oil viscosity; 2) the change in the roughness of the pipe wall of the pipeline due to loss of asphalt-resinous and paraffin deposits. These factors lead to the fact that the law of hydraulic resistance of the pipeline in the form of Altshul needs to be corrected depending on the Reynolds number and the degree of wall roughness.

The solution to the problem is sought by formulating an inverse problem to determine the law of hydraulic resistance in the form of Altshul. The mathematical formulation of the problem includes a system of equations of motion and heat transfer and a modified Altshul formula with unknown coefficients. The system of the equation of motion and heat transfer is solved by a numerical method, difference analogs of the equation of motion and heat transfer are calculated by the method of characteristics and by the method of point-to-point computation, respectively.

In the calculations, there pressure, velocity and temperature distributions were determined, and unknown coefficients of the modified Altshul formula were found by comparing the calculated and actual data of the SCADA system. As a result of comparison of the calculated and experimental data, the dependence of the hydraulic resistance coefficient on the Reynolds number and the roughness of the pipeline wall were constructed. The agreement of the calculated data with the actual indicators of the SCADA system allows indicating the reliability of the results of the inverse problem method for determining the hydraulic resistance coefficient of the main oil pipeline.

Key words: main oil pipelines, inverse problem, high-viscosity and high- congealing oil, hydraulic resistance coefficient, Altshul formula.

1 Введение

Способ «горячей» перекачки является надежным для транспортировки высокозастывающей (парафинистой) и высоковязкой нефти. В этом случае гидравлическое сопротивление трубы зависит от многих факторов (вязкости, шероховатости, скорости и температуры нефти). Температура нефти снижается по длине трубопровода из-за теплопередачи с грунтом, приводит к возрастанию вязкости нефти и росту гидравлического сопротивления. Шероховатость трубы повышается из-за выпадения парафина на стенку, что приводит к росту интенсивности турбулентности и потери напора.

Отсюда следует, что гидравлическое сопротивление трубы при «горячей» перекачке изменяется в ходе эксплуатации и определение этой величины становится сложной задачей.

Гидравлическое сопротивление является важной характеристикой трубопровода и в прямой зависимости от него находятся затраты работы насосных агрегатов, и эффективность работы магистрального нефтепровода.

Решение этой проблемы может быть получено методом обратной задачи путем расчета математической модели процесса, а недостающую информацию можно получить из опытных данных [1].

Ниже приводятся результаты определения гидравлического сопротивления трубопровода «горячей» перекачки путем решения обратной задачи.

2 Обзор литературы

Обобщение результатов многочисленных экспериментальных исследований по определению гидравлического сопротивления жидкости в трубах представлено в [2]. Различные формулы зависимости коэффициента гидравлического сопротивления в зависимости от числа Рейнольдса и шероховатости стенки для потери потока нефти в трубопроводах приведены в [3–9]. Однако все эти исследования не учитывают изменения коэффициента гидравлического сопротивления в ходе эксплуатации нефтепровода.

Поэтому определения гидравлического сопротивления трубопровода и его изменения в ходе эксплуатации нефтепроводов с сравнительным анализом расчетных и экспериментальных данных становится актуальной задачей.

3 Материал и методы

В данной работе исследуется одна обратная задача по определению гидравлического сопротивления нефтепровода. Чтобы определить закон гидравлического сопротивления в форме Альтшуля была рассмотрена обратная задача. Решение системы уравнений для скорости и давления находится численным методом характеристик. Для решения уравнения переноса тепла применяется итерационный метод бегущего счета.

3.1 Постановка задачи

Параметры потока нефти (расход, давление, температура) и грунта (температура) измеряются датчиками оптико-волоконной системы SCADA на участке магистрального нефтепровода.

Требуется определить гидравлическое сопротивление трубопровода на основе данных SCADA системы с использованием математической модели перекачки нефти на участке магистрального нефтепровода.

Ввиду того, что длина L участка магистрального нефтепровода намного больше его внутреннего диаметра D_1 ($L > D_1$) задача рассматривается в одномерной постановке и при следующих допущениях:

1. Нефть является ньютоновской жидкостью, и касательное напряжение трения подчиняется закону Ньютона [10]:

$$\tau_w = \lambda \frac{\rho u^2}{8}$$

где τ_w – касательное напряжение трения, ρ , u – плотность и средняя скорость потока нефти, λ – коэффициент гидравлического сопротивления трубы.

2. Движение нефти происходит под действием давления, и жидкость течет полным сечением трубопровода;

3. В случае одномерного движения жидкости по направлению оси трубы пренебрегается поперечная скорость.

В соответствии с принятыми допущениями на основе закона сохранения массы и импульса можно записать систему уравнения движения [10, 11]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial x} = -\lambda(Re, e) \frac{\rho u^2}{2D_1} - \rho g \sin \alpha(x) \quad (2)$$

где $\lambda(Re, e) \frac{\rho u^2}{2D_1}$ – сила гидравлического сопротивления трубы, $\rho g \sin \alpha(x)$ – сила тяжести нефти, D_1 – внутренний диаметр трубопровода, $e = \varepsilon/D_1$ – степень шероховатости стенки трубы.

Связь давления с плотностью находится выражением

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{T=const} \quad (3)$$

где c – скорость распространения малых возмущений (скорость звука).

Скорость звука в жидкости можно найти по формуле Жуковского [11]:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\frac{\rho}{\xi} + \frac{\rho D}{E \delta}}} \quad (4)$$

где ξ – модуль объемной упругости жидкости, δ – толщина стенки трубы, E – модуль упругости материала стенки.

Систему уравнений (1), (2) с учетом (3) можно привести к виду:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho c^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} = - \frac{\partial p}{\partial x} - \lambda(Re, e) \frac{\rho u |\vec{u}|}{2D_1} - \rho g \sin \alpha(x) \quad (6)$$

Температура потока нефти в трубопроводе определяется конвекцией и теплопередачей с окружающей средой, и уравнение переноса имеет вид:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p u \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{4k}{D_1} (T - T_w) \quad (7)$$

где c_p – теплоемкость нефти, соответственно, k – коэффициент теплопередачи, T_w – температура окружающего грунта.

Зависимости плотности, вязкости и теплоемкости нефти от температуры выражаются стандартными формулами [12, 13]

$$\rho = \rho_{20}[1 + \zeta(20 - T)], \quad \nu = a_1 e^{-b_1 T}, \quad c_p = \frac{53357 + 107, 2T}{\sqrt{\rho_{20}}} \quad (8)$$

где ρ_{20} – плотность нефтесмеси при 20°C; ζ , a_1 , b_1 – эмпирические постоянные, $\zeta = 0,000738, \frac{1}{\text{°C}}$.

Система уравнений (4) – (8) рассматривается совместно для расчета давления, скорости и температуры.

Начальные условия системы (5) – (7) имеют вид:

$$u(0, x) = u_0(x), \quad p(0, x) = p_0(x), \quad T(0, x) = T_0(x) \quad (9)$$

Граничные условия в начальном пункте трубопроводе находятся напорно-объемной характеристикой насосного агрегата, т.е. для заданного объема перекачки (массового расхода) нефти генерируется давление:

$$p(0, t) = p_{in}(t) \quad M(0, t) = M_{in}(t) \quad (10)$$

В конечном пункте трубопровода – из условия доставки объема нефти [14]:

$$p(L, t) = p_{out}(t) \quad M(L, t) = M_{out}(t) \quad (11)$$

Для уравнения переноса (7) достаточно задавать граничное условие в начальном пункте трубы:

$$T(0, t) = T_{in}(t) \quad (12)$$

Как показывают эксперименты [2], [7], для коэффициента гидравлического сопротивления трубы λ в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса справедлива формула Альтшуля [9].

Для определения $\lambda(Re, e)$ в «горячей» перекачке нефти путем обратной задачи формула Альтшуля записывается в модифицированной форме:

$$\lambda(Re, e) = a \cdot \left(\frac{68}{Re} + d \right)^b \quad (13)$$

где $Re = uD_1/v(T)$ – число Рейнольдса, $v(T)$ – коэффициент кинематической вязкости, a, b, d – неизвестные эмпирические постоянные.

В классической формуле Альтшуля эмпирические постоянные для шероховатой трубы имеют значения $a = 1, b = 0.25, d = 0.11$.

3.2 Численный метод решения системы уравнения

Введем равномерную ортогональную расчетную сетку x, t с шагом Δt по времени (Рис. 1). Шаг по координате выберем следующим образом: $\Delta x = c\Delta t$, где c – фиксированное значение скорости звука. Расчетная сетка состоит из временных слоев, которые обозначаются индексом n .

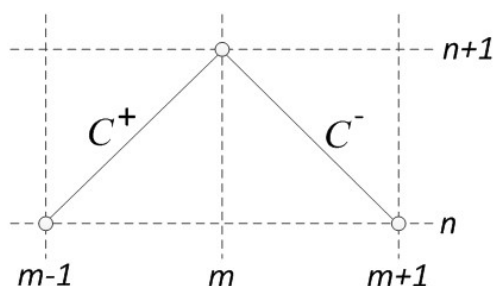


Рисунок 1: Расчетная сетка на характеристиках

В каждом временном слое содержатся координатные узлы, которые нумеруются индексом m . В расчетной сетке выражение u_m^n – скорость в координатном узле m для временного слоя n .

Система уравнения (5), (6) гиперболического типа имеет характеристики, на которых уравнения в частных производных приводятся к обыкновенным дифференциальным уравнениям [11], [15].

Уравнения двух семейств характеристик (Рис. 1) имеют вид:

$$\frac{dx}{dt} = u + c, \quad \frac{dx}{dt} = u - c \quad (14)$$

Скорость нефти в трубе u (1 м/с) мала по сравнению со скоростью звука c (1200 м/с). Поэтому вместо (14) можно использовать систему характеристик

$$dx - c \cdot dt = 0 \quad (15)$$

$$dx + c \cdot dt = 0 \quad (16)$$

Система уравнения (5), (6) на этих характеристиках записывается в виде:

$$dp + \rho c du + \frac{\lambda \rho u |\vec{u}|}{2D_1} + \rho g \sin \alpha = 0 \quad (17)$$

$$dp - \rho c du + \frac{\lambda \rho u |\vec{u}|}{2D_1} + \rho g \sin \alpha = 0 \quad (18)$$

Уравнение (17) решается вдоль характеристики (15), а уравнение (18) – вдоль характеристики (16). Уравнения (15), (16) имеют вид прямых линий, тангенсы угла которых в расчетной сетке (x, t) равен $\pm c$.

Метод характеристик аппроксимирует дифференциальные уравнения (17), (18) разностными уравнениями первого порядка в конечных разностях. Для характеристик (15), (16) (Рис. 1), связывающих точки $(m-1; n)$ и $(m+1; n)$ с точкой $(m; n+1)$ в соответствии с уравнениями (17) и (18) можно записать:

$$\begin{aligned} p_m^{n+1} - p_{m-1}^n + \rho_{m-\frac{1}{2}} c (u_m^{n+1} - u_{m-1}^n) = \\ = - \frac{\lambda_{m-\frac{1}{2}} \rho_{m-\frac{1}{2}} \cdot u_{m-1}^n |u_{m-1}^n| \Delta x}{2D} - \rho_{m-\frac{1}{2}} g \sin \alpha_{m-\frac{1}{2}} \Delta x \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} -p_m^{n+1} + p_{m+1}^n + \rho_{m+\frac{1}{2}} c (u_m^{n+1} - u_{m+1}^n) = \\ = - \frac{\lambda_{m+\frac{1}{2}} \rho_{m+\frac{1}{2}} \cdot u_{m+1}^n |u_{m+1}^n| \Delta x}{2D} - \rho_{m+\frac{1}{2}} g \sin \alpha_{m+\frac{1}{2}} \Delta x \end{aligned} \quad (20)$$

или обозначая

$$X_l = p_{m-1}^n + \rho_{m-\frac{1}{2}} c u_{m-1}^n - \frac{\lambda_{m-\frac{1}{2}} \rho_{m-\frac{1}{2}} \cdot u_{m-1}^n |u_{m-1}^n| \Delta x}{2D} - \rho_{m-\frac{1}{2}} g \sin \alpha_{m-\frac{1}{2}} \Delta x \quad (21)$$

$$X_r = p_{m+1}^n - \rho_{m+\frac{1}{2}} c u_{m+1}^n + \frac{\lambda_{m+\frac{1}{2}} \rho_{m+\frac{1}{2}} \cdot u_{m+1}^n |u_{m+1}^n| \Delta x}{2D} + \rho_{m+\frac{1}{2}} g \sin \alpha_{m+\frac{1}{2}} \Delta x \quad (22)$$

Систему разностных уравнений для переменных в координатном узле m и временном слое $n+1$ можно записать

$$p_m^{n+1} + \rho_{m-\frac{1}{2}} c u_m^{n+1} = X_l \quad (23)$$

$$p_m^{n+1} - \rho_{m+\frac{1}{2}} c u_m^{n+1} = X_r \quad (24)$$

Величины X_l и X_r удобны тем, что зависят только от показателей предыдущего временного слоя n , т.е. содержат только известные величины и могут быть непосредственно вычислены и подставлены в (23), (24).

Решая систему уравнений (23), (24), найдем:

$$u_m^{n+1} = \frac{1}{2} \left(\frac{X_l}{c \rho_{m-\frac{1}{2}}} - \frac{X_r}{c \rho_{m+\frac{1}{2}}} \right) \quad (25)$$

$$p_m^{n+1} = \left(\frac{X_l}{c \rho_{m-\frac{1}{2}}} + \frac{X_r}{c \rho_{m+\frac{1}{2}}} \right) / \left(\frac{1}{c \rho_{m-\frac{1}{2}}} + \frac{1}{c \rho_{m+\frac{1}{2}}} \right) \quad (26)$$

С помощью формул (25), (26) рассчитываются все переменные во внутренних узлах трубы, т.е. эти формулы используются для $m = 2, 3, \dots, M-1$.

Переменные в граничных узлах рассчитываются с использованием условий (10), (11).

Обозначая $K = \frac{4k}{\rho c_p D_1}$, уравнение (7) можно привести к виду:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} = -K(T - T_w) \quad (27)$$

Разностный аналог (27) имеет вид [16]:

$$\frac{T_m^{n+1} - T_m^n}{\Delta t} + u_m^n \frac{T_{m+1}^{n+1} - T_{m-1}^{n+1}}{2\Delta x} = -K_m^n (T_m^{n+1} - T_w) \quad (28)$$

Отсюда нетрудно получить:

$$T_m^{n+1} = \alpha_m^n \cdot T_{m-1}^{n+1} + \beta_m^n \cdot T_m^n + \gamma_m^n \quad (29)$$

Здесь приняты обозначения: $\alpha_m^n = \frac{u_m^n}{2\Delta x} / \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{u_m^n}{2\Delta x} + K_m^n \right)$, $\beta_m^n = \frac{1}{\Delta t} / \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{u_m^n}{2\Delta x} + K_m^n \right)$, $\gamma_m^n = K_m^n \cdot T_w / \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{u_m^n}{2\Delta x} + K_m^n \right)$

В итерационном процессе формулы (25), (26) и (29) определяют расчетные данные скорости, давления и температуры, причем в качестве начального приближения $\lambda(Re, e)$ принимается классическая формула Альтшуля с коэффициентами $a=1$, $b=0.25$, $d=0.11$.

Фактические значения скорости, давления, температуры потока нефти в трубопроводе находятся по опытным данным SCADA системы.

Путем сравнения расчетных и опытных данных находятся постоянные a, b, d формулы Альтшуля и строится зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса и степени шероховатости $\lambda(Re, e)$ на участке магистрального нефтепровода.

4 Результаты и обсуждение

На рисунке 2 показана зависимость коэффициента гидравлического сопротивления $\lambda(Re, e)$ магистрального нефтепровода путем решения обратной задачи (5)-(8) с краевыми условиями (9)-(11). Коэффициенты закона гидравлического сопротивления в форме Альтшуля (13) были найдены путем сравнения расчетов с фактическими (опытными) данными SCADA системы и имеют следующие значения $a = 0.084$, $b = 0.2535$, $d = 0.049$.

Результаты определения коэффициента гидравлического сопротивления $\lambda(Re, e)$ путем решения обратной задачи были апробированы путем сравнения расчетных и фактических данных распределения гидравлического уклона, давления и температуры в нефтепроводах Джумагалиева – Атасу (Рис. 3) и Джумагалиева – Чулак Курган (Рис. 4).

На рисунках 3, 4 расчетные линии гидравлического уклона (верхний график), давления (средний график) получены путем использования закона сопротивления Альтшуля с коэффициентами $a = 0.084$, $b = 0.2535$, $d = 0.049$, а фактические данные давления построены по показателям SCADA системы.

Сравнение расчетных и фактических данных распределения гидравлического уклона, давления и температуры показывает согласие их по длине нефтепроводов Джумагалиева – Атасу (Рис. 3) и Джумагалиева – Чулак Курган (Рис. 4)

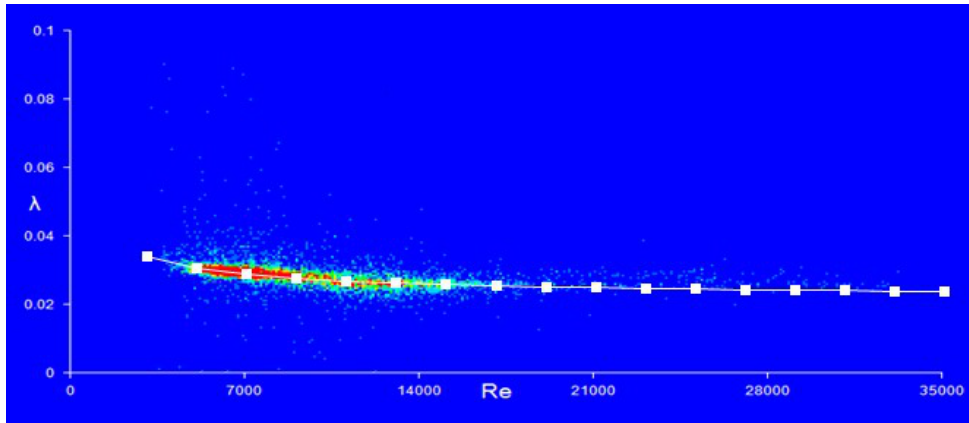


Рисунок 2: Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления в форме Альтшуля от числа Рейнольдса и степени шероховатости стенки



Рисунок 3: Сравнение расчетных (линии) и фактических (точки) данных в нефтепроводе Джумагалиева – Атыу

Сравнение расчетных кривых давления с фактическими данными системы SCADA показывает необходимость использования метода обратной задачи для определения закона гидравлического сопротивления Альтшуля при «горячей» перекачке нефти по магистральным нефтепроводам.

5 Заключение

Гидравлическое сопротивление трубопровода изменяется при «горячей» перекачке высокозастывающей и высоковязкой нефти. Зависимость закона сопротивления трубопровода от числа Рейнольдса и степени шероховатости стенки трубы определяется путем решения обратной задачи.

Постановка обратной задачи включает систему уравнения движения, теплообмена



Рисунок 4: Сравнение расчетных (линии) и фактических (точки) данных в нефтепроводе Джумагалиева – Чулак Курган

и гидравлического сопротивления в форме Альтшуля (13) с неизвестными коэффициентами. Система уравнения гиперболического типа для скорости и давления решается численным методом характеристик, а уравнения переноса тепла – итерационным методом бегущего счета.

В численных расчетах были определены расчетные данные давления, температуры и скорости. Сравнение расчетных данных с фактическими показателями SCADA системы было использовано для определения коэффициентов закона гидравлического сопротивления Альтшуля. Согласие расчетных и фактических данных давления перекачки нефти в трубопроводах Павлодар – Атасу, Атасу – Алашанькоу показывает правильность использования метода обратной задачи для уточнения закона сопротивления Альтшуля.

6 Благодарность

Данная работа выполняется за счет средств грантового финансирования Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан научно-исследовательской работы на тему «Управление энергосберегающими режимами транспортировки нефти по магистральным нефтепроводам с использованием SCADA системы» (№ AP05130503) на 2018-2020 годы.

Список литературы

- [1] Кабанцкин С.И. Обратные и некорректные задачи. – Новосибирск: Сибирское научное издание, 2009. – 458 с.
- [2] Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672 с.
- [3] Исаев И.А. Экспериментальное определение коэффициентов гидравлических сопротивлений в прямых нефтепроводных трубах и фитингах // В кн.: Вопросы транспорта, хранения нефти и машиностроения. – М.: Гостехиздат, 1956. – С. 112-134.

- [4] *Абдурашитов С.А., Тупиченков А.А.* Трубопроводы для сжиженных углеводородных газов. – М.: Недра, 1965. – 215 с.
- [5] *Кашчев А.А.* Перекачка нефтепродуктов при больших числах Рейнольдса // Нефтяное хозяйство. – 1931. – № 8-9. – С. 112-168.
- [6] *Абрамзон Л.С.* Экспериментальное исследование теплоотдачи и гидравлики на "горячем" промышленном нефтепроводе. Транспорт и хранение нефти и нефтепродуктов / Л.С. Абрамзон, М. А. Галлямов, Е.П. Михновский. – М.: ВНИИОЭНГ, 1968. – № 3. – С. 125-130.
- [7] *Морозова Н.В., Коршак А.А.* О границах зон трения при гидравлическом расчете нефти и нефтепродуктопроводов // Нефтегазовое дело. – 2007. – Т. 5, № 1. – С. 120-125.
- [8] *Быков К.В., Николаев А.К., Маларев В.И.* Определение коэффициента гидравлического сопротивления магистрального нефтепровода // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2013. – № 5. – С. 265-268.
- [9] *Альтшуль А.Д.* Гидравлические сопротивления. – М.: Недра, 1982. – 224 с.
- [10] *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 712 с.
- [11] *Чарный И.А.* Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: Недра, 1975. – 296 с.
- [12] *Тугунов П.И. и др.* Типовые расчеты при проектировании и эксплуатации газонефтепроводов. – М.: ДизайнПолиграфСервис, 2002. – 658 с.
- [13] *Жапбасбаев У.К., Бежибаев Т.Т., Рамазанова Г.И., Махмотов Е.С., Рзиев С.А.* Расчет оптимальной температуры перекачки для транспортировки нефти // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. – 2015. – № 4 (20). – С. 61-66.
- [14] *Воеводин А.Ф., Никифоровская В.С.* Численный метод определения места утечки жидкости и газа в трубопроводе // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2009. – Т. 12, № 1. – С. 25-30.
- [15] *Березин И.С., Жидков Н.П.* Методы вычислений. – М.: Наука, 1966. – Т. 2. – 620 с.
- [16] *Самарский А.А.* Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.

References

- [1] *Kabanikhin S.I., Obratnye i nekorrektnye zadachi* [Inverse and incorrect problems] (Novosibirsk: Sibirskoe nauchnoe izdanie, 2009), 458.
- [2] *Idel'chik I.E., Spravochnik po gidravlicheskim soprotivleniyam* [Handbook of hydraulic resistance] (M.: Mashinostroenie, 1992), 672.
- [3] *Isaev I.A., "Eksperimental'noe opredelenie koeffitsientov gidravlicheskih soprotivlenii v pryamykh nefteprovodnykh trubakh i fittingakh* [Experimental determination of coefficients of hydraulic resistance in the direct oil pipeline pipes and fittings]", *M.: Gostoptekhizdat. V kn.: Voprosy transporta, khraneniya nefi i mashinostroeniya* 17 (1956): 112-134.
- [4] *Abdurashitov S.A., Tupichenkov A.A., Truboprovody dlya szhizhennykh uglevodorodnykh gazov* [Pipelines for liquefied hydrocarbon gases] (M.: Nedra, 1965), 215.
- [5] *Kashcheev A.A., "Perekachka nefteproduktov pri bol'shikh chislakh Reinol'dsa* [Pumping of petroleum products at high Reynolds numbers]", *Neftyanoe khozyaistvo* No 8-9 (1931): 112-168.
- [6] *Abramzon L.S., "Eksperimental'noe issledovanie teplootdachi i gidravliki na "goryachem" promyshlennom nefteprovoде* [Experimental study of heat transfer and hydraulics on the "hot" industrial oil pipeline]", *M.: VNIIOENG. Transport i khraneniye nefi i nefteproduktov* No 3 (1968): 125-130.
- [7] *Morozova N.V., Korshak A.A., "O granitsakh zon treniia pri gidravlicheskom raschete nefi i nefteproduktoprovodov* [About borders of zones of friction at hydraulic calculation of oil and oil pipelines]", *Neftgazovoe delo* vol. 5, no 1 (2007): 120-125.
- [8] *Bykov K.V., Nikolaev A.K., Malarev V.I., "Opredelenie koeffitsienta gidravlicheskogo soprotivleniia magistralnogo nefteprovoda* [Determination of hydraulic resistance coefficient of the oil trunk pipeline]", *Gornyi informatsionno-analiticheskii biulleten* no 5 (2013): 265-268.

-
- [9] Altshul A.D., *Gidravlicheskie soprotivleniia* [Hydraulic resistance] (M.: Nedra, 1982), 224.
- [10] Shlikhting G., *Teoriia pogrannichnogo sloia* [Boundary layer theory] (M.: Nauka, 1974), 712.
- [11] Charnyi I.A., *Neustanovivsheesia dvizhenie realnoi zhidkosti v trubakh* [Unsteady motion of real fluid in pipes] (M.: Nedra, 1975), 296.
- [12] Tugunov P.I. i dr., *Tipovye raschety pri proektirovanii i ekspluatatsii gazonefteprovodov* [Typical calculations in the design and operation of oil and gas pipelines] (M.: DizainPoligrafServis, 2002), 658.
- [13] Zhapbasbaev U.K., Bekibaev T.T., Ramazanova G.I., Makhmotov E.S., Rziev S.A., "Raschet optimalnoi temperatury perekachki dlia transportirovki nefti [Calculation of optimal temperature of pumping for oil transportation]", *Nauka i tekhnologii truboprovodnogo transporta nefti i nefteproduktov* no 4, vol. 20 (2015): 61-66.
- [14] Voevodin A.F., Nikiforovskaia V.S., "Chislennyi metod opredeleniia mesta utechki zhidkosti i gaza v truboprovode [Numerical method of definition of the place of leakage of liquid and gas in the pipeline]", *Sibirskii zhurnal industrialnoi matematiki* vol. 12, no 1 (2009): 25-30.
- [15] Berezin I.S., Zhidkov N.P., *Metody vychislenii* [Methods of calculation] (M.: Nauka, 1966), 620.
- [16] Samarskii A.A., *Teoriia raznostnykh skhem* [Theory of difference schemes] (M.: Nauka, 1977), 656.

3-бөлім

Раздел 3

Section 3

Информатика

Информатика

Computer
Science

IRSTI 519.687.1

Application of Vulkan technology for 3D Visualization of large computing data which change over the time

Mustafin M.B., Al-Farabi Kazakh National University
Almaty, Kazakhstan, E-mail: mustafin.mb@gmail.com
Akhmed-Zaki D.Zh., University of International Business
Almaty, Kazakhstan, E-mail: darhan_a@mail.ru
Turar O.N., Al-Farabi Kazakh National University
Almaty, Kazakhstan, E-mail: Olzhas.Turar@kaznu.kz

In this work, a high-performance application for visualization of large-size grid models (about a million cells) with using of Vulkan technologies was developed. Vulkan is a new software interface (API) which controls the graphic processor (GPU). Vulkan became a low-level API, thanks to which the entire GPU capability was used, such as memory and synchronization control, error checking, creation of commands performed by graphic processor, etc. Thus it shows high performance with less load on the CPU. For the operation of the application without interruption, double buffering of vertex buffer and multi-threading of the processor was used. The results of each 100th iteration of the Jacobi method for solving the Poisson's equation, namely data of each iteration, were taken for the 2D and 3D model visualization. Using of the above given methods, grid model examples are given. As a result of this work, a prototype of a visualizer was developed and presented, and it can be used for any results of numerical mathematical modeling on structured and unstructured 3D grids.

Key words: Vulkan, 2D, 3D, computer graphics, visualization, double buffering, grid model, multithreading.

Использование технологии Vulkan для 3D-визуализаций больших вычислительных данных, изменяющихся со временем

Мустафин М.Б., Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: mustafin.mb@gmail.com
Ахмед-Заки Д.Ж., Университет международного бизнеса,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: darhan_a@mail.ru
Турар О.Н., Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: Olzhas.Turar@kaznu.kz

В данной работе было разработано высокопроизводительное приложение для визуализации сеточных моделей больших размеров (около млн. ячеек), с использованием технологий Vulkan. Vulkan – это новый программный интерфейс (API) управляющий графическим процессором (GPU). Vulkan является низкоуровневым API, благодаря чему была использована вся возможность графического процессора такие как: управление памятью и синхронизацией, проверки на ошибки, создание команд выполняемых графическим процессором и т.д. Таким образом, показывает высокую производительность при меньшей нагрузке на центральный процессор. Для работы приложения без прерывания была использована двойная буферизация буфера вершин и многопоточность процессора. Для визуализаций 2D и 3D модели были взяты результаты каждой сотой итерации метода Якоби для решения уравнения Пуассона. Используя вышеуказанные методы, приведены примеры сеточной модели. В результате данной работы был разработан и представлен прототип визуализатора, которую можно использовать для любых результатов численного математического моделирования на структурированных и неструктурированных 3D сетках.

Ключевые слова: Vulkan, 2D, 3D, компьютерная графика, визуализация, двойная буферизация, сеточная модель, многопоточность.

Уақыт өте келе, үлкен есептелетін деректерді 3D визуализациялау үшін Vulkan технологиясын пайдалану

Мустафин М.Б., Әл-Фараби атындағы қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: mustafin.mb@gmail.com
Ахмед-Заки Д.Ж., Халықаралық бизнес университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: darhan_a@mail.ru
Тұрар О.Н., Әл-Фараби атындағы қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: Olzhas.Turar@kaznu.kz

Бұл жұмыста Vulkan технологияларын қолдану арқылы үлкен өлшемді тор модельдерін (миллионға жуық ұяшық) визуализациялау үшін жоғары өнімді бағдарлама жасалды. Vulkan – графикалық процессорды (GPU) басқаратын жаңа бағдарламалық интерфейс (API). Vulkan – төменгі деңгейлі API, соның арқасында графикалық процессордың бүкіл мүмкіндіктері пайдаланылды, мысалы, жады мен синхрондау, қателерді тексеру, графикалық процессорлармен орындалатын командаларды құру және т.б. Осылайша, орталық процессордың аз жүктеу кезінде жоғары өнімділікті көрсетеді. Бағдарламаның үздіксіз жұмыс істеуі үшін төбелер буферінің қос буферлеуін және процессордың көп ағындылығы қолданылды. 2D және 3D модельдерін визуализациялау үшін Пуассон теңдеуін шешу үшін Якоби әдісінің нәтижелері, яғни әрбір 100-ші итерацияның деректері алынған. Жоғарыда келтірілген әдістерді қолдану арқылы торлық моделінің мысалдары келтірілген. Осы жұмыстың нәтижесінде визуализатордың прототипі әзірленіп ұсынылды, оны құрылымдық және құрылымдық емес 3D торларында сандық математикалық модельдеудің кез келген нәтижесіне қолдануға болады.

Түйін сөздер: Vulkan, 2D, 3D, компьютерлік графика, визуализация, қос буферлеу, торлы модель, көп ағындылық.

1 Introduction

Vulkan is an API for graphics and computing devices. Like an OpenGL, Vulkan allows to display real-time 3D graphics with high performance, as well as a higher productivity and a lower load on CPU. Vulkan technology was based on AMD Mantle technology. Compared with OpenGL technology, Vulkan is a low-level API and generally has similar capabilities. This allows to use all the features of GPU for computing, to get low-level access to GPU and control its functioning.

Unlike from OpenGL, Vulkan shaders are represented by a binary intermediate representation of SPIR-V programs. SPIR-V is the only supported shader language for the Vulkan. It is adopted at the level of API and used for creation of conveyors designed to control the device and for the performance of work of application.

This paper proposes a real-time visualization of large grid models with using of Vulkan technologies on the typical personal computers equipped with a discrete graphic card. To store and update data, double buffering of vertex buffers and multithreading C++ 11 was used. The proposed approach to the visualization of the grid model optimizes the speed of drawing. The paper also presents the visualization of a numerical algorithm for solving the Poisson algorithm 2D with a size of 1000×1000 (10^6 cells) and 3D with a size of $33 \times 33 \times 11$.

Let's note that the presented application can be used for any results of numerical mathematical modeling on structured and unstructured 3D grids.

2 Literature review

Currently, the OpenGL Shader Language (GLSL) became the main part of programming with the using of OpenGL library [1–3]. With help of GLSL, you can use the power of graphics processor for display and computing. Based on GLSL, the RGL library was created, which offers three-dimensional visualization in real time [4, 5]. At work [6, 7], the capabilities of the graphics processor and the shader language of the OpenGL library were used, and the results of numerical mathematical modeling were visualized.

Recently, Vulkan technology is gaining great popularity in the field of visualization [8]. Vulkan is a cross-platform graphical and computing API developed by the Kronos Group consortium [9]. Vulkan is an OpenGL recipient, but it differs very much. The main difference is that to make the OpenGL driver, is the responsibility of the programmer [10, 11]. Another difference between Vulkan technology and OpenGL is the shader language. Vulkan supports the only shader language SPIR-V [12]. In the literatures [13–15], you can get acquainted with the specifications of the Vulkan technology.

At work [16], languages and libraries for multi-threaded programming are described, also, how to develop programming skills, and various testing and debugging methods developed for multi-threaded programs over the past 20 years are described and demonstrated.

3 Materials and methods

The purpose of this work was to develop a high-performance application for visualizing of results of numerical mathematical modeling, by the using of Vulkan technology.

In older APIs such as OpenGL, the driver controls synchronization and memory, checks for errors during the running of the application. This is convenient for programmers, but it takes CPU time. In the Vulkan, all responsibilities are transferred to the programmer, i.e. almost all status tracing, memory and synchronization management [13].

3.1 Coordinate systems

Vulkan works with segments and triangles, representing their vertexes as points in three-dimensional space. They are called vertices and are shown in Figure 1 [3].

For beginning 50×50 sizes grid was created and filled with random colors. Each square of the grid consists of two triangles, which set by the coordinates [7]. In the functions of `initVertices()`, the vector was filled in, which contains the coordinates and color of each vertex of the triangle.

3.2 Memory and resources

Almost for all computing systems, including Vulkan, memory is extremely important. There are two basic types of memory in Vulkan: CPU memory (host memory) and GPU memory (device memory). When creating a new object in Vulkan, you will need memory to store data. The regular CPU memory is used for it.

Vulkan works with data, and data is stored in resources. There are two basic types of resources in Vulkan: buffers and images [10]. A buffer is a simple linear piece of memory that

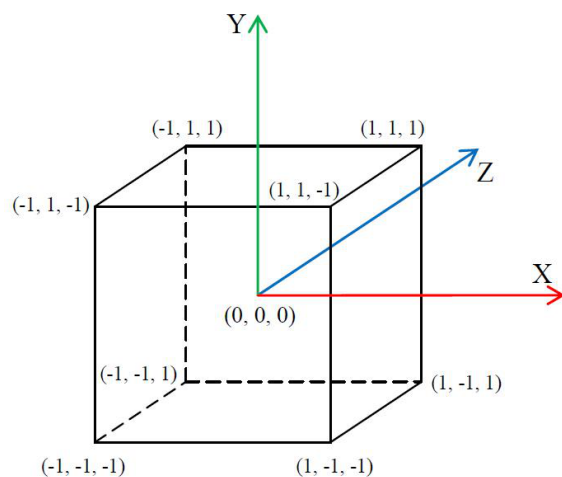


Figure 1: Coordinate system of vertices

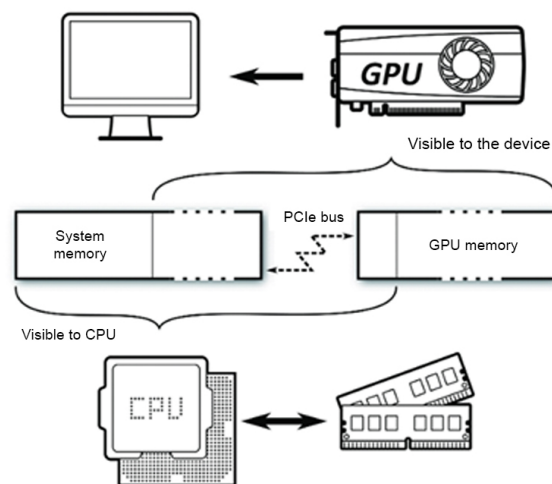


Figure 2: CPU and GPU memory

can be used for various purposes. They are used to store linear structured and unstructured data, which can be in format or simply be bytes in memory.

3.3 Device memory management

When Vulkan works with data, this data should be stored in device memory (device memory). In Figure 2, the GPU and CPU memory circuit, each with its own memory [10].

3.4 Device memory allocation

Device memory allocation is represented as a `VkDeviceMemory` object created with the help of `vkAllocateMemory()` functions, the prototype of which is shown below [10, 11, 14]:

```
VkResult vkAllocateMemory (
    VkDevice device,
    const VkMemoryAllocateInfo* pAllocateInfo,
```

```
const VkAllocationCallbacks* pAllocator,
VkDeviceMemory* pMemory
);
```

After allocating the memory of the device, it can be used to store data. Thus, vertexBuffer called buffer was created and used to store the vertex data. After all works we get the following Figure 3:

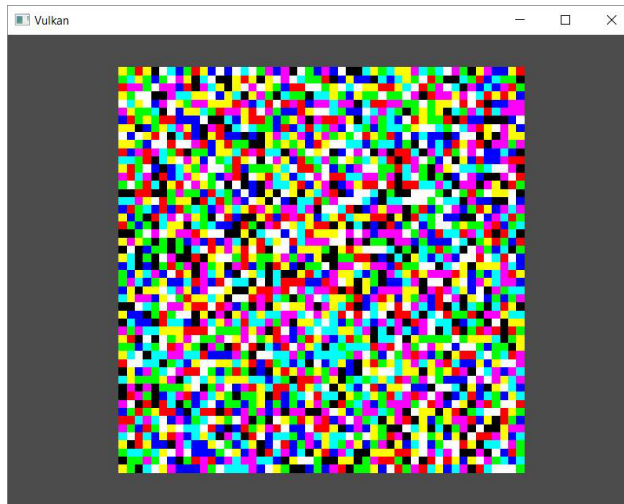


Figure 3: Grid with size of 50×50

When visualizing in real time, new data will come in, and this is the color data of each cell. Since the coordinates and color of the cells are recorded in one buffer, the coordinates will be overwritten, and this is the waste of a precious time of CPU. To solve this problem, a separate buffer was created for these colors. As a result, we get two buffers: posBuffer - for storing coordinate data and colBuffer - for storing color data. The program will work in real time, which means data will be flowing continuously. Let's create a new colBuffer1 buffer to store the new data.

3.5 Buffer update

To update the data inside the buffer, the vkCmdUpdateBuffer function was used [15]. vkCmdUpdateBuffer() copies data directly from CPU memory to buffer memory. Data is collected from the CPU memory when calling, and upon returning from vkCmdUpdateBuffer(), one can free up this memory or write new data to it.

3.6 Double buffering of vertex buffer

Double buffering is a data preparation method that provides the ability of out-turn of the finished result without interruption [6]. This method is commonly used when working with frame buffer. This paper describes how to use a similar approach for buffering of color data on a model of sheet. This method is as follows. A second buffer is created, and the data is filled only on it. As soon as the reading process is completed, the buffers change places, and data output will start from the second buffer, and new data will be filled into the first buffer.

This is similar to double frame buffering and is used for vertex buffers. Figures 4 and 5 show examples of drawing each buffer.

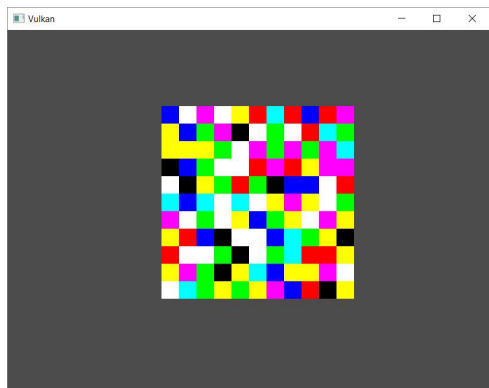


Figure 4: Drawing of the colBuffer

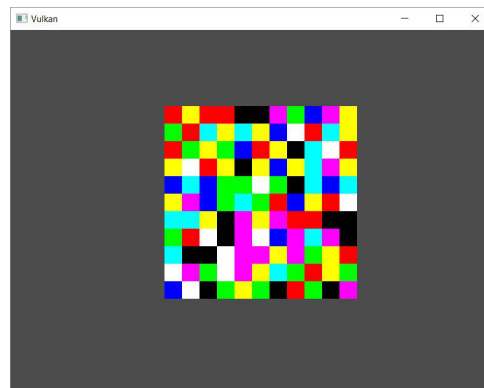


Figure 5: Drawing of the colBuffer1

When reading and writing new data, the `drawFrame()` drawing function stops and the program will not react until the data is initialized. Despite the fact that Vulkan processes on the CPU and GPU occur asynchronously, interactive control of a model as the rotation and transfer the model using the mouse and keyboard should be done on the CPU. If all actions on the central processor will occur in the same thread, we will not be able to interact with the three-dimensional model while writing to the buffer. For example, if we call the read and write function every ten seconds, and this function will be executed in six seconds, as a result we will get a program that does not respond at the time of initialization and only works for the remaining time. A visual example is shown below in Figure 6.

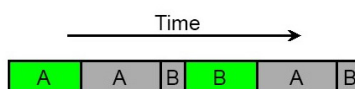


Figure 6: Green - Drawing, gray - Copy (A - host to host, B - host to device)

In order the input data recorded without stopping the work of drawing, it must be performed in parallel. For this we will use C++ 11 multithreading [16]. Modern computers have multi-core processors, in which multithreading is performed by the fact that several processes are executed on different cores. Using the multithreading feature, we pass the command to read and fill the buffer into another thread, and it will be executed in parallel without affecting into the drawing. That is, when the input data from the first buffer is displayed on the screen, the second buffer will be updated in parallel. As soon as the second buffer is ready, the buffers change places. A visual example is shown in Figure 7.

As you can see in Figure 6 and 7, initialization of data takes place in two stages: reading and writing data into the system memory (Gray A), and copying from system memory to GPU memory (Gray B). It takes longer time to initialize the reading and writing of new data into the system memory, i.e. host to host.

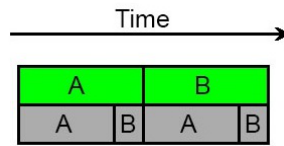


Figure 7: Green - Drawing, gray - Copy (A-host to host, B - host to device)

4 Results and discussion

To get the result, a personal computer (Core i7 3770 3.40 GHz, 8Gb DDR3) equipped with a discrete graphics card (nVidia GeForce GTX650Ti, 1Gb GDDR5) was used. As an input data, the results of each 100th iteration of the Jacobi method for solving the Poisson equation [17,18] with a size of 1000×1000 for 2D and $33 \times 33 \times 11$ for 3D, the quantity of iterations of 20,000 were taken. The Dirichlet boundary conditions for the problem under consideration are: $u(0, y) = 0$, $u(1, y) = 0$, $u(x, 0) = 0$, $u(x, 1) = 0$. To visualize the three-dimensional model was used format GRDECL [19]. On Figure 8 the prototype of the application that visualizes the result of the Poisson equation grid model is shown.

Measurements were made and the results presented in Table 1 were obtained.

Table 1. Results of measurement.

Dimension	2D, 1000×1000	3D, $33 \times 33 \times 11$
Quantity of cells	10^6	11979
FPS (frames per second)	1750	4415
copy host to host, ms	8438	97
copy host to device, ms	14	0

When running the application for a grid model with the above mentioned dimensions, the more time takes copying host to host, i.e. reading and writing data into the system memory, which depends on computer resources: reading and writing speed of the hard disk, data transfer speed via the Internet. Copying data from system memory to device memory depends on the following GPU characteristics: memory bus, memory interface, memory transfer speed, memory bandwidth, type of dedicated video memory. Characteristics of the graphics processor on which the work was performed are shown in Table 2.

Table 2. Characteristics of the graphic card nVidia Geforce GTX650Ti.

Memory bus	PCI Express x16 Gen3
Memory interface	128 bit
Memory data transfer rate	5400 MGHz
Memory bandwidth	86.40 GB/s
Type of dedicated video memory	1024 MB GDDR5

5 Conclusion

By using the Vulkan technology, a high-performance application was developed which visualizes real-time grid models of numerical mathematical modeling. In order the application

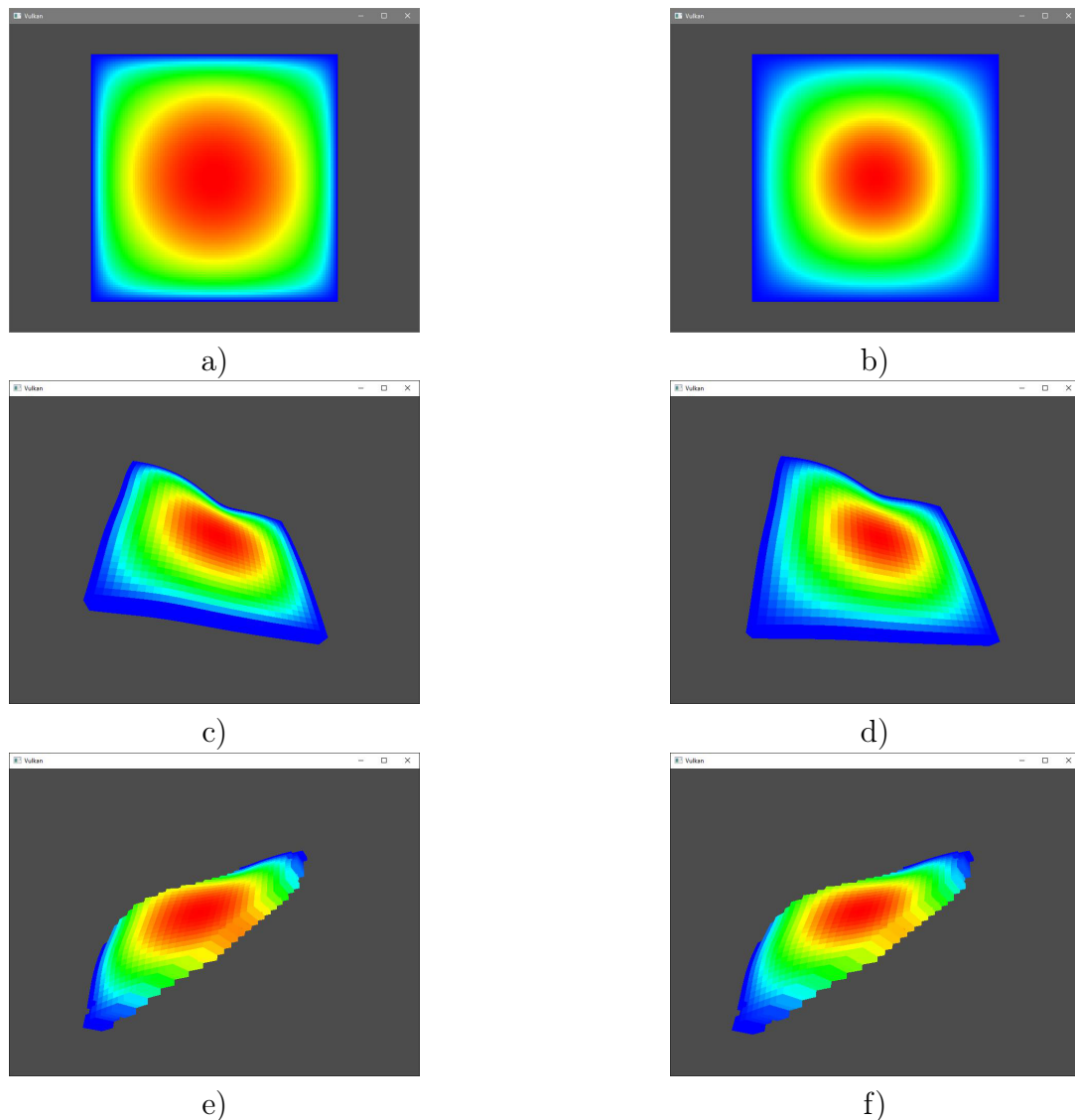


Figure 8: Examples of visualizations of the grid model of the results of the Jacobi iterative method for solving the Poisson equation: a) 2D model of the first iteration, b) 2D model of the latest iteration, c) 3D model of the first iteration, d) 3D model of the latest iteration, e) 3D model with inactive areas of the first iteration, f) 3D model with inactive areas of the latest iteration

worked without interruption, double buffering of vertex buffers and multithreading of C++ 11 was used. The double buffering method of vertex buffers used for color data buffering on the model of oil reservoir. Such an approach to the visualization of the grid model optimized the speed of the application. An application that visualizes 3D graphics in real time, with high performance and lower CPU load, was introduced. For example, the results of the Poisson equation 2D and 3D were taken. The ready application will be used for numerical mathematical modeling results' visualization.

6 Acknowledgements

This work was performed as part of the grant funding Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan on the topic "Development of intellectual high-performance information system for analysis of oil production technologies «iFields-II»".

References

- [1] Wolff D., *OpenGL 4.0 Shading Language Cookbook* (Birmingham: Packt Publishing Ltd., 2011), 63-71.
- [2] Sellers G., Wright R.S. Jr., Haemel N., *OpenGL SuperBible: Comprehensive Tutorial and Reference (7th Edition)*. (Addison-Wesley, 2015) 848.
- [3] Dave Shreiner et al., *OpenGL programming guide : the official guide to learning OpenGL, version 4.3*. (Addison-Wesley, 2013), 101-112.
- [4] Adler, Daniel G, Oleg Nenadic and Walter Zucchini. , "RGL : A R-library for 3D visualization with OpenGL." (2003).
- [5] Mullen T. et al. , "Real-time modeling and 3D visualization of source dynamics and connectivity using wearable EEG" , *2013 35th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, Osaka, 2184-2187, 2013.
- [6] Badretdinov M.R., Badretdinov T.R., Borshyuk M.S. , "Primeneniye biblioteki opengl dlya vizualizatsii rezul'tatov chislenogo matematicheskogo modelirovaniya na setkakh bol'shoy razmernosti [Application the opengl library to visualize the results of numerical mathematical modeling on high-dimensional grids]" , *Herald UGATU*, no 4 (2015): 84-94.
- [7] Abraham F., Celes W. , "Distributed Visualization of Complex Black Oil Reservoir Models" *Eurographics Symposium on Parallel Graphics and Visualization (2009)*, EGPGV (2009), Munich, Germany, 87-94.
- [8] "Vulkan." Khronos Group, accessed November 13, 2017, <https://www.khronos.org/vulkan/>.
- [9] "Vulkan." Nvidia developer, accessed December 9, 2017, <https://developer.nvidia.com/Vulkan/>.
- [10] Sellers G. , *Vulkan. Developer's Guide. Official guide*, trans. A. B. Boreskova (DMK Press, 2017), 394.
- [11] Pawel Lapinski, *Vulkan Cookbook. Work through recipes to unlock the full potential of the next generation graphics API—Vulkan* (Birmingham: Packt Publishing Ltd., 2017), 151-169.
- [12] "SPIR Overview." Khronos Group, accessed March 3, 2018, <https://www.khronos.org/spir/>.
- [13] "C++ Abstraction library for Vulkan API." L. O. Tolo., accessed March 3, 2018, <https://github.com/larso0/bp>.
- [14] "Vulkan Memory Allocator." Advanced Micro Devices Inc., accessed February 26, 2018, <https://github.com/GPUOpen-LibrariesAndSDKs/VulkanMemoryAllocator>.
- [15] Khronos Vulkan Working Group, *Vulkan 1.0.98 - A Specification (with KHR extensions). 1.0.98. Jan. 2019*. (Khronos Group, 2019), 57-74.
- [16] Richard H. Carver, Kuo-Chung Tai. , *Modern multithreading: implementing, testing, and debugging multithreaded Java and C++/Pthreads/Win32 programs*. (USA: WILEY-INTERCIENCE, 2006), 112-124.
- [17] Verzhbizkiy V.M. , "Chislennyye metody (matematicheskiiy analiz i obyknovennyye differentsial'nyye uravneniya) [Numerical methods (mathematical analysis and ordinary differential equations)]" , (Moscow: High school, 2001), 98-105.
- [18] Samarskiy A.A., Nikolayev Ye.S. , "Metody resheniya setochnykh uravneniy [Methods of grid equations solving]" (Moscow: The science, 1987), 130.
- [19] Schlumberger , *Eclipse reference manual: technical description* (2002) 2683.
- [20] Loix T. et al. , "Layout and performance of the power electronic converter platform for the VSYNC project" , *2009 IEEE Bucharest PowerTech* (2009): 1-8.
- [21] Parminder Singh , *Learning Vulkan* (Birmingham: Packt Publishing Ltd., 2016), 10-12.

-
- [22] Karen L. et al., "Visualization in Science Education", *Alberta Science Education Journal*, vol. 41, no 1 (2011): 22-30.
- [23] John K. Gilbert, Miriam Reiner, Mary Nakhleh, *Visualization: Theory and Practice in Science Education* (Springer, 2008), 205-244.
- [24] Linda M. Phillips, Stephen P. Norris, John S. Macnab, *Visualization in Mathematics, Reading and Science Education* (Springer, 2010), 65.
- [25] Korakakis G. et al., "3D visualization types in multimedia applications for science learning: A case study for 8th grade students in Greece", *Computers and Education*, vol. 52, no 2 (2009): 390-401.

МРНТИ 50.47.29

Исследование информационных систем транспортировки нефти магистральным трубопроводом

Даирбаева С.А., Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: sabina.dairbaeva@mail.ru

Даирбаев А.М., Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: dairal@mail.ru

Синчев Б.К., Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: sinchev@mail.ru

Рысбайұлы Б.Р., Международный университет информационных технологий,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: b.rysbaiuly@mail.ru

Процесс перекачки высоковязкой и высокозастывающей нефти, при транспортировке по магистральным трубопроводам, представляет собой сложную технологическую и техническую задачу, что приводит к необходимости его детального исследования. В работе проведен анализ информационных систем магистральных нефтепроводов и процесса автоматизации горячей перекачки нефти. Основная цель исследования - показать возможные пути создания и проектирования систем контроля и управления транспортировки нефти по магистральному трубопроводу. Современные системы управления разобраны по видам получения, средствам и методам обработки. Все программные пакеты работают автономно и имеют собственный входной формат, за исключением системы оперативного диспетчерского контроля и управления, работающая в режиме реального времени. Осуществлен анализ автоматизированных систем управления процессом перекачки нефти. Автоматизация технологических процессов предполагает не только создание автоматизированного рабочего места, но и защиту оборудования от разрушения. В результате проведенного анализа показана необходимость в создании автоматизированной информационной системы, позволяющей структурировать многочисленные данные в процессе перекачки нефти и проводить мониторинг основных технологических параметров нефтепровода. Проведенные исследования могут быть использованы при разработке информационных систем контроля и управления процессом транспортировки нефти и создании программного продукта.

Ключевые слова: информационная система, автоматизация, процесс перекачки нефти, температурный режим.

Мұнайды магистраль арқылы тасымалдауға арналған ақпараттық жүйелерді зерттеу

Даирбаева С.А., Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: sabina.dairbaeva@mail.ru

Даирбаев А.М., Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: dairal@mail.ru

Синчев Б.К., Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: sinchev@mail.ru

Рысбайұлы Б.Р., Халықаралық ақпараттық технологиялар университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: b.rysbaiuly@mail.ru

Магистральдық құбырлар арқылы тасымалдау кезінде жоғары тұтқыр және жоғары ылғалдандыратын мұнай айдау процесі кешенді технологиялық және техникалық тапсырма болып табылады, ол оны егжей-тегжейлі зерделеуді қажет етеді. Жұмыста магистральды мұнай құбырларының ақпараттық жүйелерін және ыстық мұнай айдауды автоматтандыру үрдісін талдайды. Зерттеудің негізгі мақсаты магистральды құбыр арқылы мұнай тасымалдау үшін басқару және басқару жүйелерін құрудың және жобалаудың мүмкін жолдарын көрсету болып табылады. қазіргі заманғы басқару жүйесі өндіріс түрі, өңдеу құралдары мен әдістері бойынша бөлінеді. Барлық бағдарламалық пакеттер автономды түрде жұмыс істейді және нақты уақыт режимінде диспетчерлік басқару және басқару жүйесін қоспағанда, өздерінің енгізу форматтарына ие. Мұнайды айдаудың автоматтандырылған басқару жүйелерін талдау жүргізілуде. Технологиялық процестерді автоматтандыру тек автоматтандырылған жұмыс орнын құруды ғана емес, сонымен қатар жабдықтарды жоюдан қорғауды да қамтиды. Талдау нәтижесінде мұнай айдау процесінде көптеген деректерді құруға және құбырдың негізгі технологиялық параметрлерін бақылауға мүмкіндік беретін автоматтандырылған ақпараттық жүйені құру қажеттілігі көрсетілді. Зерттеу мұнай тасымалдау үдерісін бақылау және бағдарламалық өнімдерді жасау үшін ақпараттық жүйелерді дамыту үшін пайдаланылуы мүмкін.

Түйін сөздер: ақпараттық жүйе, автоматтандыру, мұнай айдау процесі, температура жағдайлары

Research of oil transportation information systems by main pipeline

Dairbayeva S.A., International Information Technologies University,
Almaty, Kazakhstan, E-mail: sabina.dairbaeva@mail.ru

Dairbayev A.M., International Information Technologies University,
Almaty, Kazakhstan, E-mail: dairal@mail.ru

Sinchev B.K., International Information Technologies University,
Almaty, Kazakhstan, E-mail: sinchev@mail.ru

Rysbaiuly B.R., International Information Technologies University,
Almaty, Kazakhstan, E-mail: b.rysbaiuly@mail.ru

The process of pumping highly-viscosity and high pour-point oil during transportation through main pipelines is a complex technological and technical task, which leads to its detail research. The paper analyzes the information systems of main oil pipelines and the automation of hot oil pumping process. The main goal of the research is to show possible ways of creating and designing control and management systems for oil transportation through the main pipeline. Modern management systems are divided by type of production, means and methods of processing. All software packages operate offline and have their own input format, except that real-time monitoring and management system. The analysis of automated control systems of the oil pumping process is carried out. Automation of technological processes involves not only the creation of an automated workplace, but also the protection of equipment from destruction. As a result of the analysis, it was shown the necessity for create an automated information system that allows structuring numerous data in the oil pumping process and monitoring the main technological parameters of the pipeline. The research can be used for development of information systems for monitoring and controlling the oil transportation process and creating a software product.

Key words: information system, automation, oil pumping process, temperature conditions.

1 Введение

Основная проблема при транспортировке нефти по неизотермическому магистральному трубопроводу заключается в изменении температурного режима в процессе горячей перекачки нефти под воздействием различных факторов. Такие колебания температуры могут вызвать парафинизацию нефти, вследствие чего, появляются «пробки», которые ведут к полной или частичной остановке нефтепровода. Повторный запуск

нефтепровода сопровождается колоссальными затратами и, в некоторых случаях, возобновление процесса перекачки может продлиться до нескольких месяцев, особенно в зимний период [1].

Современные технологии позволяют полностью автоматизировать процесс перекачки высоковязкой и высокозастывающей нефти, к которому предъявляются повышенные требования. Они обусловлены как сложностью самого процесса перекачки горячей нефти, так и влиянием резких перепадов температур в определенных местах с резким континентальным климатом.

В процессе автоматизации необходимо измерять, контролировать и регулировать основные параметры всего процесса транспортировки нефти, следить за их отклонениями. При этом важно иметь возможность автоматического включения/отключения отдельных агрегатов насосных станций и обогрева на разных участках трубопровода, регулирования задвижками, а также обеспечивать требуемые режимы работы установок, путём поддержания наиболее важных параметров, на заранее рассчитанных значениях.

Исследование технологического процесса транспортировки нефти трубопровода включает в себя задачи анализа информационных систем магистральных нефтепроводов и автоматизацию процесса перекачки нефти.

Целью настоящей работы является исследование информационных систем транспортировки нефти неизотермическим магистральным трубопроводом и автоматизированных систем управления технологическим процессом горячей перекачки высоковязкой и высокозастывающей нефти. Данная работа продолжает исследования, проведенные в [1].

2 Обзор литературы

При анализе технологического процесса транспортировки нефти по магистральному трубопроводу выявлена зависимость эффективности перекачки высоковязкой и высокозастывающей нефти по «горячим» нефтепроводам от верно выбранного режима работы насосных станций на всем участке. Прежде всего, это управление и контроль температурного режима процесса перекачки горячей нефти, автоматическое регулирование параметров работающих насосов и включения/отключения обогрева трубопровода на нефтеперекачивающих станциях, о чем свидетельствуют работы [2, 3, 4, 5, 6, 7].

В большинстве публикациях указано, что при эксплуатации нефтепроводов возникает ряд проблем, связанных с горячей перекачкой нефти, такие как, нарушение температурного режима, отсутствие информационных систем контроля и управления процессом транспортировки нефти [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8].

В результате резкого снижения температуры, особенно в зимний период времени, вязкость нефти и потери напора резко возрастают и приводят к «закупорки» нефтепровода. Это обстоятельство приводит к необходимости повторного пуска, путевого подогрева нефти и, соответственно, увеличению энергетических и эксплуатационных затрат [6].

В качестве обзорных материалов были рассмотрены работы по автоматизации технологических процессов добычи нефти [2, 7, 8, 12, 18], а также работы по

проектированию и эксплуатации нефтепроводов [3, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 19].

Анализ технологического процесса транспортировки нефти трубопровода включает в себя изучение технологии транспортировки нефти трубопроводом [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8], анализа информационных систем магистральных нефтепроводов и автоматизации процесса перекачки нефти [2, 3, 7, 8, 9, 10, 11, 16, 20, 21].

Исследования показывают, что обеспечение бесперебойного и непрерывного процесса перекачки нефти по магистральному нефтепроводу имеет важное значение в нефтяной промышленности [2, 3, 4, 5, 6, 7].

3 Материал и методы

На сегодняшний день внедрение информационных систем в нефтегазовую отрасль широко распространено. Системы позволяют повысить эффективность добычи и переработки нефти и обеспечивают безопасность эксплуатации нефтепроводов. Однако перед разработчиками всегда актуальна задача – автоматизировать процесс переработки и перекачки нефти. Под данным термином предполагается не только процесс прослеживания транспортировки, а также автоматизирование тепловых характеристик нефти [12, 22].

В целом систему можно разделить на два класса. Это – информационно-управляющие (ИУС) и аналитические информационные системы (АИС). Информационно-управляющая система включает в себя аппаратное и программное обеспечение, посредством которых, осуществляется контроль за процессом перекачки нефти [23].

Современные нефтепроводы оборудованы автоматизированными системами диспетчерского контроля и управления (СДКУ). СДКУ обеспечивает управление технологическими процессами, мониторинг состояния оборудования магистрального нефтепровода (МНП), поддержку принятия решений диспетчером, оперативное выявление нештатных ситуации, учет качества и количества перекачиваемой нефти. При учете, на сервере баз данных СДКУ ведутся архивы журналов всех событий и аварий, а также тренды аналоговых параметров.

Контролируемые параметры и работа технических автоматики объектного уровня могут храниться в базе данных СДКУ практически неограниченное время.

Функции СДКУ можно разделить на три основные части: информационные, контроль и управление.

Под информационной составляющей понимается поставленный перед разработчиком функционал системы. Во-первых, технологическое планирование, управление, контроль транспортировкой нефти. Первоначально для каждого участка магистрального нефтепровода выбирается режим работы, алгоритм перехода между ними и синтез сценария работы.

Управление может осуществляться в целом и на отдельных участках магистрального нефтепровода: промежуточных насосных станциях, резервуарных парков, линейной части, средств локальной автоматизации, телемеханики, контроллеров агрегатов, регуляторов давления и расхода. Три главные фазы управления: пошаговое выполнения сценария, отслеживание операции и готовности к шагу, выполнение алгоритмов аварийной защиты участка.

Контроль магистрального нефтепровода начинается с обработки данных о состоянии оборудования, т.е. проверка наличия связи с датчиками и агрегатами, верификация изменений и параметров, контроль состояния регуляторов давления. Далее система осуществляет контроль работы оборудования и режима работы участка магистрального нефтепровода. На данном этапе идет сравнение эталонного и фактического состояния работы. В случае каких-либо отклонений система принимает решение об аварийной ситуации. Последний вид – контроль перекачки по магистральному нефтепроводу подразумевает соответствие поставок намеченному плану, корректировку сценария работы участков, учет фактических объемов и учет аварийных ситуации.

Современные системы управления транспортировкой нефти разобщены по видам получения, средствам и методам обработки. Все программные пакеты работают автономно и имеют собственный входной формат. Исключением является система оперативного диспетчерского контроля и управления (ОДКУ), работающая в режиме реального времени. ОДКУ и расчетно-аналитическая и справочной система (РАИС) являются подсистемами системы диспетчерского контроля и управления.

Система ОДКУ обеспечивает автоматизацию процесса транспортировки нефти и включает в себя такие функции, как контроль температурного режима трубопровода и утечек на нефтепроводе, сигнализации и устранение сбоев в работе оборудования насосных станций и в самом технологическом процессе, выявление аварийных ситуаций, дистанционное управление системой, графическое отображение информации и автоматического формирования отчетов.

Вторая подсистема РАИС осуществляет учет режимов работы магистрального нефтепровода, проводит расчетные операции и предоставляет оперативно-справочную информацию. Базой данной подсистемы являются SQL-технологии, обеспечивающие клиент-серверную архитектуру. Расчетные задачи могут выполняться по запросам, суткам или с периодом в два часа. Для выполнения поставленных задач необходимо сформировать файлы двухчасовок – для заполнения и просмотра базы данных, файла переключений и отказов агрегатов – посуточно, произвести расчеты наработок агрегатов за сутки и перекачки нефти по двухчасовкам и посуточно. Кроме этого произвести поиск переключений/отказов по запросу и комментирование причин переключений (отказов) оборудования насосных станций.

В диспетчерском пункте на экранах мониторов отображается состояние магистрального нефтепровода, его основные технологические и энергетические параметры и оборудование в виде объектно-ориентированных динамических, графических и технологических мнемосхем. Одновременно можно будет вывести на экран несколько технологических схем на разных участках трубопровода. Диспетчер выбирает ту или иную технологическую схему с помощью графического меню, обеспечивающий последовательный выбор. А просмотр значений различных параметров нефтепровода осуществляется в виде графиков или трендов на экране компьютера, там же отображаются мнемосхемы автоматики и каналов связи объектного уровня. Подсистема автоматически формирует журналы, в которых регистрируются события и аварии контроля и управления объектного уровня.

Контроль и управление техническими средствами магистрального нефтепровода осуществляется непосредственно в процессе транспортировки нефти на основе информации, принятой от системы управления объектного уровня и системы

телемеханики. При этом, все сигналы аварии регистрируются диспетчером и сопровождаются световой и звуковой сигнализацией.

Контроль достоверности измеряемых параметров нефтепровода по диапазону допустимых значений осуществляется системой управления в режиме реального времени. При несоответствии какого-либо параметра в процессе транспортировки нефти требуемых значений, в системе формируется сигнал сбоя или аварии и на экран монитора выводится сообщение с указанием параметра и его текущего и допустимого значений. Одновременно с этим идет запись в соответствующий журнал.

Кроме этого, ОДКУ может обеспечивать прием информацию от системы контроля герметичности на особо опасных участках нефтепровода, с выводом на экран монитора сообщения об утечке с указанием места утечки или участка МНП.

Примером использования данных систем является акционерная компании (АК) “Транснефть”, являющаяся оператором магистральных нефтепроводов России. Компанией разработаны программно- аппаратные комплексы, производящие обработку информации на всех участках магистральных нефтепроводов в целом, и на каждом в отдельности. Причем, они могут находиться друг от друга на больших расстояниях и общаться между собой через единую систему связи. Поэтому такие глобальные информационные системы строятся на базе единого комплекса технических средств.

3.1 Автоматизация процессов

Автоматизация технологического процесса транспортировки нефти МНП предполагает осуществление частичного, комплексного или полного контроля, управления и регулирования. Главная цель, это автоматический пуск/останов МНП и обеспечение непрерывного технологического процесса транспортировки нефти. Для достижения этой цели необходимо решение таких задач как контроль и регулирование технологических параметров (температуры, расхода, уровня жидкости, давления и т.п), сигнализация состояния оборудования (кранов, задвижек, насосов, нагревательных элементов и т.д) и аварийных ситуаций, а также дистанционное управление пуском/остановом МНП.

На рис. 1 представлена упрощенная схема прохождения информационного сигнала при измерении технологического параметра. В качестве датчика используют преобразователи технологических и энергетических параметров в напряжение или ток. Контроллер осуществляет первичную обработку сигналов, фильтрует, преобразует аналоговый сигнал в цифровой вид и т.п. От контроллера, цифровой код по сети поступает на автоматизированное рабочее место (АРМ) оператора, на экране монитора, которого видны все значения параметров.



Рисунок 1: Схема прохождения сигнала в процессе измерения

Систем регулирования технологическими параметрами процесса транспортировки нефти представляет собой замкнутую систему управления. Контроллер сравнивает поступившие от датчиков значения параметров с заданными значениями. Если произошло отклонение технологических параметров больше допустимых значений, контроллер изменяет уровень воздействия на объект управления, в соответствии с установленными алгоритмами [23].

В системе управления технологическим процессом предусмотрена возможность переключения в ручной режим работы. В этом случае с АРМ оператора осуществляется полное дистанционное управление регулирующими объектами, как показано на рис. 2.



Рисунок 2: Схема прохождения сигналов в процессе автоматического и ручного управления

Отметим, что диспетчер может подать дискретный управляющий сигнал на исполнительный механизм через контроллер, как показано на рис. 3. Здесь исполнительное устройство может находиться только в двух положениях открыт/закрыт или включен/выключен.



Рисунок 3: Схема управления дискретным сигналом

После того как диспетчер изменил уровень воздействия на регулируемый объект система должна дать подтверждение о выполнении команды. Данное свойство называется сигнализацией состояния. Схема прохождения сигналов при сигнализации состояния представлена на рис. 4. В то время, когда команда управления (вкл/выкл, откр/закр) была успешно обработана и передана происходит срабатывание контактного устройства, замыкающего или размыкающего цепь. Далее дискретный сигнал поступает в контроллер, который передает его на АРМ. Результат процесса отображается на мнемосхеме, меняя цвет оборудования и выдавая соответствующее сообщение.



Рисунок 4: Схема прохождения сигналов при сигнализации состояния

Важно отметить, что при автоматизации технологических процессов предполагается защита оборудования от разрушения, которая может реализовываться на базе контроллеров системы СДКУ. Для нефтяных объектов, где авария может привести к тяжёлым последствиям, создают автономные системы противоаварийной защиты. Они работают в автоматическом режиме, а при возникновении аварийной ситуации, способны произвести полный останов МНП. На рис. 5 изображена структурная схема управления противоаварийной системы. Информация о включении таких систем защиты поступает на АРМ оператора, который может отменить запуск системы или подтвердить его, что иллюстрирует.

Сбор первичной информации от отдельных участков нефтепровода осуществляется программируемыми контроллерами и хранится в виде массивов данных в оперативной памяти.



Рисунок 5: Схема прохождения сигналов в системе аварийной защиты

Обмен информацией между контроллером и сервером осуществляется с помощью сообщений. При этом, контроллер выдает сигнал при изменении какого-либо параметра выше допустимого значения. В процессе работы сообщения записываются в специальный буфер накапливаемой памяти. Кроме того, в памяти контроллера ведется массив, содержащий информацию о текущем состоянии параметров.

В автоматическом режиме с ДП поочередно опрашивается каждый контроллер в отдельности. Далее контроллер формирует пакеты сообщений из буфера технологической информации и зоны информации о текущем состоянии параметров. Пакеты передаются по каналу связи на ДП и записываются в оперативную базу и базу данных архивной информации журнала. Оперативная база данных и исторический журнал представляют собой набор таблиц, содержащих оперативную, историческую и нормативно-справочную информацию о параметрах системы [2].

4 Результаты и обсуждение

Произведен анализ информационных систем магистральных нефтепроводов и автоматизации процесса перекачки нефти. Исходя из проведенного исследования, очевидно, что быстрый рост информационных технологий приводит к постоянной реконструкции систем автоматизации, информационно-измерительных систем учета нефти и т.п. В этой связи создание информационной системы и базы данных для обеспечения мониторинга температурного режима нефтепровода становится особенно актуальным.

Результатом работы является дальнейшее создание информационной системы, которая позволяет фиксировать параметры тепловых процессов, контролировать процесс перекачки нефти, обеспечивает выявление и устранение неполадок оборудования.

Программный продукт автоматизации процесса перекачки нефти, включает основные результаты:

- Система является закрытой и доступна только зарегистрированным пользователям;
- Вывод результатов и графика математическая модели;
- Вывод тепловых параметров в виде графиков и таблиц;
- Вывод основных параметров магистральных трубопроводов;
- Вывод параметров Головной Насосно-Тепловой Станции (ГНТС);
- Вывод параметров Промежуточной Насосно-Тепловой Станции (ПНТС);
- Таблицы включают поле поиска значений, сортировку по каждому столбцу, выбор определенных столбцов для отображения и альтернативную строчную таблицу;
- Отображение карты нефтепровода и участков между ГНТС;
- Обеспечение динамического представления данных;
- Формирование отчетов в различных форматах (PDF, XLSX);
- Управление оборудованием;
- История диагностики работы оборудования;
- Обратная связь и др.

В качестве примера был разработан блок управления состоянием оборудованием, а именно двигателями насосов, клапанов и подогревательных элементов.

При нажатии на кнопку True/False (включить/выключить) система автоматически отправляет запрос Open Automation Software (OAS) серверу, где изменяется статус устройства (рис. 6).

На рис. 7 представлена страница «Истории диагностики оборудования», показывающая текущие и предыдущие изменения в работе оборудования. При нормальном режиме работы оборудования, текстовые строки окрашены в голубой цвет. Однако, в случае изменения состояния оборудования, текстовая строка автоматически меняется на фиолетовый цвет. Для подтверждения сигнала тревоги необходимо двойным щелчком нажать на строку оборудования.

При выборе позиции «Обратной связи», открывается модальное окно, содержащее по выбору список действия для связи со специалистами ДП. После чего соответствующий текст отправляется на почту специалисту ДП.

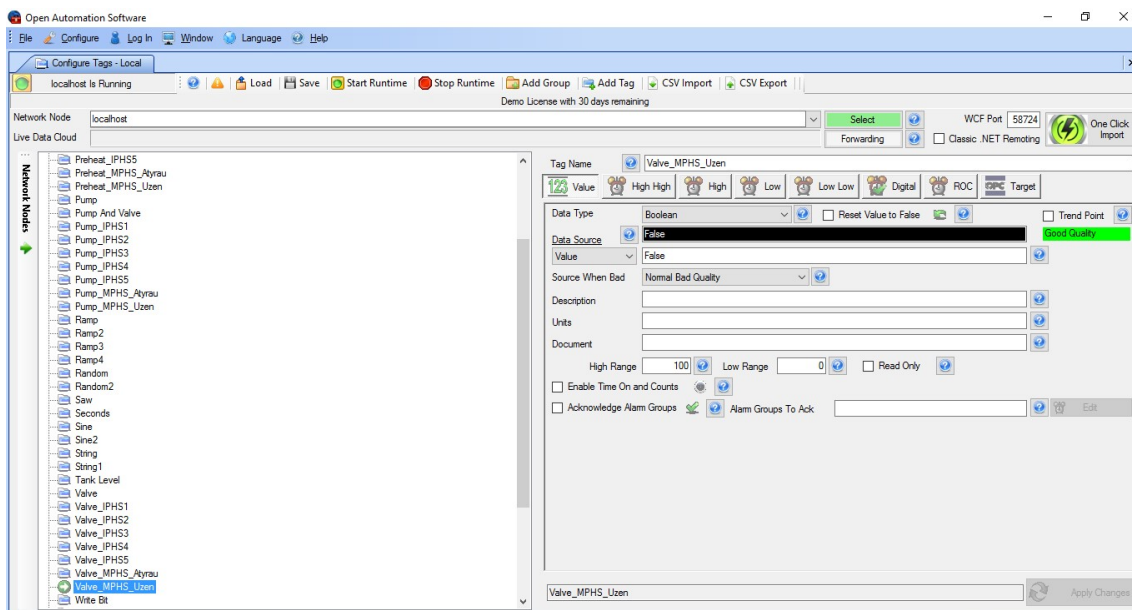


Рисунок 6: Сервер Open Automation Software

Alarm Date/Time	Active	Text	Alarm Type
05/27/2017 02:28 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Preheat_MPHS_Atyrau Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:28 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Valve_MPHS_Atyrau Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:27 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Pump_MPHS_Atyrau Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:27 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Preheat_IPHS5 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:27 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Valve_IPHS5 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:26 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Pump_IPHS5 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:26 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Preheat_IPHS4 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:25 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Valve_IPHS4 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:25 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Pump_IPHS4 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:23 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Preheat_IPHS3 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:22 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Valve_IPHS3 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:22 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Pump_IPHS3 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:22 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Preheat_IPHS2 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:22 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Preheat_MPHS_Uzen Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:20 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Valve_IPHS2 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:20 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Pump_IPHS2 Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:19 pm	<input type="checkbox"/>	Valve_MPHS_Uzen Digital Alarm	Digital
05/27/2017 02:18 pm	<input checked="" type="checkbox"/>	Preheat_IPHS1 Digital Alarm	Digital

Рисунок 7: История диагностики оборудования

Из проведенного исследования можно сделать вывод, что появление новых технологий и повсеместное увеличение добычи нефти, способствовало повышению уровня автоматизации технологических процессов в нефтяной отрасли и создание принципиально новых автоматизированных систем управления, главная цель которых - обеспечение бесперебойной, надежной и эффективной работы магистрального нефтепровода. Процесс горячей перекачки высоковязкой и высокозастывающей нефти

отличается высокими требованиями, предъявляемые к транспортировке нефти МНП, и имеет ряд особенностей, связанных с влиянием перепадов температуры окружающей среды на перекачку нефти.

5 Заключение

В результате проведенного исследования автоматизации процесса горячей перекачки высоковязкой и высокозастывающей нефти, и анализа информационных систем магистральных нефтепроводов, показана необходимость в создании автоматизированной системы управления, позволяющей структурировать многочисленные данные в процессе перекачки нефти и проводить мониторинг основных технологических параметров нефтепровода.

Разработка подобной системы использует новые технологии, средства и математические методы с целью освобождения человека от участия в процессах получения, преобразования, передачи информации. Также информационная система позволяет повысить производительность труда, улучшить качество процесса, оптимизировать управление, отстранить человека от производств, опасных для здоровья.

В результате исследования планируется разработать информационную систему контроля и управления процессом горячей перекачки нефти магистрального нефтепровода, построить математическую модель теплового режима и разработать программный продукт.

Список литературы

- [1] Даирбаева С.А., Рысбайулы Б., Даирбаев А.М. Информационная система температурного режима перекачки нефти в неизотермических магистральных трубопроводах // Труды VII междунар. науч.-практ. конф. «Проблемы инновационного развития нефтегазовой индустрии». - Алматы: КБТУ, 2015. - С.564-568.
- [2] Андреев Е.Б., Ключников А.И., Кротов А.В., Попадько В.Е., Шарова И.Я. Автоматизация технологических процессов добычи и подготовки нефти и газа: уч. пособ. для вузов. - М.: ООО «Недра-Бизнесцентр», 2008. – 399с.
- [3] Рудаченко А.В. Проектирование и эксплуатация газонефтепроводов: уч. пособ. / под ред. А.В. Рудаченко, Н.В. Чухарева, А.В. Жилин. – Томск: Изд-во ТПУ, 2008. - 238 с.
- [4] Федоров П.В., Федоров В.Т. О перекачке высоковязких высокозастывающих нефтей по магистральным нефтепроводам ОАО «Северные МН» // Материалы региональной науч.-техн. конф. «Проблемы разработки и эксплуатации месторождений высоковязких нефтей и битумов». - Ухта: УГТУ, 2009. - С. 15-21.
- [5] Федоров П.В. Тепловой режим работы магистрального нефтепровода «Уса-Ухта-Ярославль» // Матер. междунар. молодеж. науч. конф. «Севергеоэкотех-2010». - Ухта: УГТУ, ч.4 , 2010. - С. 199-203.
- [6] Фонарев З.И. Электроподогрев трубопроводов, резервуаров и технологического оборудования в нефтяной промышленности. – Л.: Недра, 1984. -148с.
- [7] Рахманкулов Э.Д., Мовсумзаде А.Э., Сыркин А.М. Автоматизация процессов переработки нефти на установке АТ-5 // Нефтепереработка и нефтехимия. - 2002. - № 2. - С. 37.
- [8] Мваку У.М., Корнилов В.Ю. Разработка методики построения автоматизированных систем управления процессами подготовки и транспортировки нефти // Проблемы энергетики: Казанский гос. энерг. универ-т. - г. Казань. - 2012. - № 7-8.
- [9] Кутуков С.Е. Информационно-аналитические системы магистральных трубопроводов. - М.:СИП РИА, 2002. - 324с.

- [10] Некрасов И.В. Определение требуемой точности математической модели при построении системы диспетчерского контроля и управления магистральным нефтепроводом // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов: научн. журнал. - 2012. №2. С.38-43.
- [11] Пушкарев А.П., Мызников М.О., Шмурыгин М.В. Визуальные средства оперативного контроля за соблюдением технологических режимов перекачки нефти по МН // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов: научн. журнал. - 2011. №2. С.30-34.
- [12] Zholymbetova Z.Z. Process automated control system development of cooling device// Master's thesis, Almaty, 2014. – P. 34-45
- [13] M. McClellan. Introduction to manufacturing execution systems, in Mes Conference and Exposition, Baltimore, Maryland, 2001.
- [14] S. Kalpakjian and S. Schmid. Manufacturing engineering and technology (5th ed.), Prentice Hall, 2006. – P. 1059-1063
- [15] MasterSCADA Основы проектирования. // Учебное пособие, Москва, 2012 – С.12 – 84.
- [16] Veyber V., Anton K., Markov N. Model-driven Platform for Oil and Gas Enterprise Data // International Journal of Computer Applications. – 2012. - PP. 14-20.
- [17] Lun Y.H.V., Hilmola O.P., Goulielmos A.M., Lai, K.-h., Cheng, T.C.E. Oil Transport Management. - London, 2003. – 90 p.
- [18] Mike S. Yoon, C. Bruce Warren, Steve Adam. Pipeline System Automation and Control, - New York, 2007. – 9p.
- [19] Mohitpour, M., Szabo, J., Van Hardeveld, T. Pipeline Operation and Maintenance ASME. - New York, 2004. – 570 p.
- [20] R. Radvanovsky, J. Brodsky. Handbook of SCADA Control Systems Security/ - New York: Taylor and Francis Group/. - 2013. - 370 p.
- [21] A.B. Badiru, S.O. Osisanya. Project Management for the Oil and Gas Industry: A World System Approach (Systems Innovation Book Series) 1st Edition, 2013
- [22] Даирбаева С.А., Рысбайулы Б.Р., Даирбаев А.М. Автоматизированная информационная система магистрального нефтепровода // Труды Междунар. научно-практической конференции “Интеграция науки, образования и производства – основа реализации Плана нации”. – Караганда: КарГТУ, ч. IV, 2015. – 158 с.
- [23] S.Dairbayeva, A.Dairbayev, B.Rysbaiuly. Information system analysis of the underground pipeline // Proceedings of 2-nd international conference “Information technologies in science and industry”, ITU, Almaty, 2016. – P. 93-96.

References

- [1] Dairbayeva S.A., Rysbayuly B., Dairbayev A.M., "Informacionnaya sistema temperaturnogo rezhima perekachki nefi v neizotermicheskix magistralnyh truboprovodah [Information system of the temperature regime of oil pumping process in non-isothermal main pipelines]"(Proceedings of the VII International and Practical Conference "Innovative development problems in oil and gas industry Almaty, KBTU, 2015, 564-568).
- [2] Andreyev E.B., Klyuchnikov A.I., Krotov A.V., Popadko V.E., Sharapova I.Y., "Avtomatizaciya tehnologicheskix processov dobychi i podgotovki nefi i gaza [Automation of technological processes of oil and gas production and treatment]", *Nedra*, Moscow, 2008, 399-420.
- [3] Rudachenko A.V., Chuhareva N.V., Zhilin A.V., "Proektirovanie i ekspluatatsiya gazonefteprovodov [Design and operation of gas and oil pipelines]", *TPU publisher*, Tomsk, 2008, 238.
- [4] Fedorov.V., Fedorov V.T., "O perekachke vysokovyazkih vysokozastyvayushih nefei po magistralnym nefteprovodam OAO «Severnye MN» [About pumping process of high-viscosity and high pour point oil through the main oil pipelines of JSC «Severnye MN»]"(Materials of regional scientific and technical conf "Problems of development and operation of high-viscosity oil and bitumen Ukhta, USTU, 2009, 15-21).
- [5] Fedorov.V., "Rezhim raboty magistralnogo nefteprovoda "Usa-Ukhta-Yaroslavl"[Heat operation of the Usa-Ukhta-Yaroslavl oil pipeline] (Materials of international youth scientific conf Severgeokotech-2010, Ukhta, UGTU, part 4, 2010, 199-203).
- [6] Z.I Fonarev, "Elektropodogrev truboprovodov, rezervuarov i tehnologicheskogo oborudovaniya v neftyanoi promyshlennosti [Electrical heating of pipelines, tanks and equipment in the oil industry]", *Nedra*, L., 1984, 148.

- [7] Rakhmankulov, E.D., Movsumzade, A.E., Syrkin, A.M., "Avtomatizaciya processov pererabotki nefti na ustanovke AT-5 [Automation of oil refining at the AT-5 unit]", *Oil refining and petrochemistry*, 2002, № 2, 37.
- [8] Mwaku, VM, Kornilov, V.Yu., "Razrabotka metodiki postroeniya avtomatizirovannyh sistem upravleniya processami podgotovki i transportirovki nefti [Development of methods for constructing automated systems for managing the preparation and transportation of oil]", *Problems of Energy*, Kazan State Power Engineering University, Kazan, 2012, № 7-8.
- [9] S Kutukov, "Informacionno-analiticheskie sistemy magistralnyh truboprovodov [Information and analytical systems of mail pipelines]", *SIP RIA*, Moscow, 2002, 324.
- [10] Nekrasov I.V., "Opredelenie trebuemoi tochnosti matematicheskoi modeli pri postroenii sistemy dispetcherskogo kontrolya i upravleniya magistralnym nefteprovodom [Determination of the required accuracy of the mathematical model when building a system of dispatching control and management of main oil pipelines]", *Science and Technologies of Pipeline Transportation of Oil and Petroleum Products.*, 2012, №2, 38-43.
- [11] Pushkarev A., Myznikov M.O., Shmurygin M.V., "Vizualnye sredstva operativnogo kontrolya za soblyudeniem tekhnologicheskikh rezhimov perekachki nefti po MN [Visual means of operational control over the observance of technological modes for pumping oil along oil pipelines]", *Science and Technologies for Pipeline Transport of Oil and Petroleum Products*, 2011, №2, 30-34.
- [12] Zholymbetova Z.Z., "Process automated control system development of cooling device"(Master's thesis, Almaty, 2014, 34-45).
- [13] M McClellan, "Introduction to manufacturing execution systems"(in Mes Conference and Exposition, Baltimore, Maryland, 2001).
- [14] S Kalpakjian and S Schmid., "Manufacturing engineering and technology (5th ed.)", *Prentice Hall*, 2006, 1059-1063
- [15] "MasterScada osnovy proektirovaniya [Design baseline in Master Scada]", *Study guide*, 2 edition, Moscow, 2012, 12-84.
- [16] Veyber V., Anton K., Markov N., "Model-driven Platform for Oil and Gas Enterprise Data", *International Journal of Computer Applications*, 2012, 14-20.
- [17] Lun Y.H.V., Hilmola O., Goulielmos A.M., Lai, K.-h., Cheng, T.C.E., *Oil Transport Management* (London: 2003), 90.
- [18] Mike S Yoon, C Bruce Warren, Steve Adam., *Pipeline System Automation and Control* (New York: 2007), 9.
- [19] Mohitpour, M., Szabo, J., Van Hardeveld, T., *Pipeline Operation and Maintenance ASME* (New York: 2004), 570.
- [20] R Radvanovsky, J Brodsky., *Handbook of SCADA Control Systems Security* (New York: Taylor and Francis Group, 2013), 370.
- [21] A.B Badiru, S.O Osisanya., *Project Management for the Oil and Gas Industry, A World System Approach (Systems Innovation Book Series)*, 1st Edition, 2013.
- [22] Dairbayeva S.A., Rysbayuly B.R., Dairbayev A.M., "Avtomatizirovannaya informacionnaya sistema magistralnogo nefteprovoda [Automated Information System of the Main Oil Pipeline]"(Proceedings of the International scientific-practical conference "Science integration, education and production, basis of the implementation of the Plan of the nation"(Saginov's readings №7), Part IV, KSTU, Karaganda, 2015, 158).
- [23] S.Dairbayeva, A.Dairbayev, B.Rysbaiuly., "Information system analysis of the underground pipeline (Proceedings of 2-nd international conference "Information technologies in science and industry IITU, Almaty, 2016 , 93-96).

4-бөлім

Раздел 4

Section 4

Қолданылмалы
математикаПрикладная
математикаApplied
Mathematics

IRSTI 27.37.17

Research of controllability of dynamical systems with constraints on control using interval mathematics

Jomartova Sh.A., Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,
E-mail: jomartova@mail.ru

Nikulin V.V., State University of New York, USA, E-mail: vnikulin@binghamton.edu

Karymsakova N.T., Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan,
E-mail: nkarymsakova1@gmail.com

The article is devoted to the actual problem of the mathematical theory of controllability. It investigated the mathematical model of control, described by ordinary differential equations, taking into account the restrictions on the control. As is known, the problem of finding controllability of dynamic systems with phase and control constraints is still relevant. There are many approaches to solving the determined problem. The classical control theory is being modified today and it finds new methods for solving problems of controllability, optimal control and stability, the solutions obtained. In the course of studying the controllability of a dynamic system, the authors applied interval mathematics, which made it possible to obtain an effective controllability criterion for dynamic systems with phase and control constraints. This method is applicable for a certain class of problems in which the data are described by the normal distribution law.

The constructiveness of the proposed criterion is demonstrated in two examples. The first is a model problem described by 2-nd order equations. The second is an electromechanical tracking system of an automatic manipulator, described by equations of the 3rd order. Thus, for dynamic systems, we obtained a sufficient condition for controllability.

Key words: criterion, controllability, control, interval mathematics, dynamical systems, interval, interval vector, differential equation.

Интервалды математиканы қолдана отырып, басқаруға шектеу қойылған кездегі динамикалық жүйелердің басқарылуын зерттеу

Джомартова Ш.А., Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан,
E-mail: jomartova@mail.ru

Никулин В.В., Нью-Йорк штанының Мемлекеттік университеті, АҚШ,
E-mail: vnikulin@binghamton.edu

Карымсакова Н.Т., Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы қ., Қазақстан,
E-mail: nkarymsakova1@gmail.com

Мақала басқарудың математикалық теориясының өзекті мәселесіне арналған. Және мақалада қарапайым дифференциалдық теңдеулермен сипатталған басқарудың математикалық моделі, басқаруға қатысты шектеулерді ескере отырып зерттеледі. Белгілі болғандай, фазалық шектеулермен және басқаруға қатысты шектеулері бар динамикалық жүйелердің басқарылуын табу проблемасы қазіргі уақыттада маңызды. Аталған мәселені шешудің түрлі жолдары бар. Классикалық басқару теориясы бүгінгі таңда өзгертілуде және басқарудың, оңтайлы басқарудың және тұрақтылықтың, алынған шешімдердің мәселелерін шешудің жаңа әдістері табылуды. Динамикалық жүйенің басқарылуын зерттеу барысында авторлар фазалық және басқаруға қойылған шектеулері бар динамикалық жүйелер үшін тиімді басқарылатын талапқа қол жеткізуге мүмкіндік беретін интервалды математиканы қолданды. Бұл әдіс қарапайым таралу заңымен сипатталатын арнайы есептер тобын шешуге арналған.

Ұсынылған критерий екі мысалда көрсетілген. Біріншісі – 2-ші реттік теңдеулермен сипатталған модельдік мәселе. Екіншісі - 3-ші ретті теңдеулермен сипатталатын автоматты манипулятордың электромеханикалық қадағалау жүйесі. Осылайша, динамикалық жүйелер үшін басқарудың жеткілікті шарты алынды.

Түйін сөздер: критерий, бақылау, интервалды математика, динамикалық жүйелер, интервал, интервалды вектор, дифференциалды теңдеу.

Исследование управляемости динамических систем при наличии ограничения на управления с применением интервальной математики

Джомартова Ш.А., Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан,
E-mail: jomartova@mail.ru

Никулин В.В., Государственный университет штата Нью-Йорк, США,
E-mail: vnikulin@binghamton.edu

Карымсакова Н.Т., Казахский национальный университет имени аль-Фараби, г. Алматы, Казахстан,
E-mail: nkarymsakova1@gmail.com

Статья посвящена актуальной проблеме математической теории управляемости. В ней исследована математическая модель управления, описываемая обыкновенными дифференциальными уравнениями, учитывающая ограничения на управление. Как известно, проблема нахождения управляемости динамических систем с фазовыми ограничениями и ограничениями на управление до сих пор остается актуальной. Существует множество подходов к решению названной задачи. Классическая теория управления сегодня модифицируется и находит новые методы решения задач управляемости, оптимального управления и устойчивости, полученных решений. В ходе исследования управляемости динамической системы авторы применили интервальную математику, которая позволила получить эффективный критерий управляемости динамической систем с фазовыми ограничениями и ограничениями на управления. Данный метод применим для определенного класса задач, в которых данные описываются нормальным законом распределения.

Конструктивность предложенного критерия демонстрируется на двух примерах. Первый – модельная задача, описываемая уравнениями 2-го порядка. Второй – электромеханическая следящая система автоматического манипулятора, описываемая уравнениями 3-го порядка. Таким образом для динамических систем получили достаточное условие управляемости.

Ключевые слова: критерий, управляемость, управление, интервальная математика, динамические системы, интервал, интервальный вектор, дифференциальное уравнение.

1 Introduction

The need to obtain effective criteria for ensuring the transfer of a dynamic system from a certain initial state to the desired final state for a certain period of time is an urgent task. For example, the inability to transfer electric power system after the electric circuit (or other emergency) the operating mode for a particular time interval leads to large economic losses.

The above technical problem in mathematical control theory is called the problem of controllability [1].

The main approaches used in the mathematical theory of controllability imply the accuracy of the presentation of the initial data. However, in real dynamic systems physical parameters are measured with some error related to wear and operating conditions (temperature, etc.). To take into account these features, you can use the new direction of computational mathematics - interval analysis, the main idea of which is to replace arithmetic operations and real functions on real numbers with interval operations and functions that convert the intervals containing these numbers [2]. The use of the "classical" interval analysis in solving the problem of controllability of dynamic systems makes it possible to obtain a criterion of guaranteed stability. However, these solutions are obtained "super-sufficient", which in practice is a strict limitation. In work [3] "practical" interval mathematics was introduced, which allows one to expand the field of application (with appropriate restrictions on the systems under study). Interval analysis is currently actively developing in many countries. Initially, interval methods appeared as a means of automatic control of rounding errors on a computer and later turned into one of the sections of modern applied mathematics. Interval methods have long gone beyond a purely theoretical study and are widely used in practice with the help of appropriate software. As a result, there were interval arithmetic, interval algebra, interval topology, interval methods for solving problems of computational mathematics, optimal control, stability, etc. [2].

In scientific research, technology and mass production, it is often necessary to measure any values (length, mass, current strength, etc.). When repeating measurements of the same object, performed with the same measuring device with the same care due to the influence of various factors, the same data is never obtained. Such factors include random vibrations of individual parts of the device, physiological changes in the sensory organs of the contractor, various unaccounted changes in the environment (temperature, optical, electrical and magnetic properties, etc.). Although it is not possible to predict the result of each individual measurement in the presence of random dispersion, it corresponds to the "normal distribution curve". In this case, the bulk of the results obtained will be grouped around some central or average value of a , which is answered by an unknown "true value" of the object being measured. Deviations in one direction or another will occur even less often, the greater the absolute value of such deviations, and are characterized by the value of σ - the standard deviation. On the section from $a - \sigma$ to $a + \sigma$ the share on average is equal to 0,6287 (68,27%) of the total mass of repeated measurements. Within the limits $(a - 2\sigma, a + 2\sigma)$ an average of 0,9545 (95,45%) of all measurements is placed, and in the area $(a - 3\sigma, a + 3\sigma)$ - already 0,9973 (99,73%), so, only 0,0027 (0,27%) of the total number of measurements goes beyond the "three lung" limits, i.e. insignificant share of them.

"Classical" interval arithmetic assumes that all values of the interval are equally probable. Therefore, all the results obtained with its help encompass all possible values and are "super-sufficient".

We introduce the formal concept of the interval a in the following form:

$$a = [[\bar{a} - \varepsilon_a, \bar{a} + \varepsilon_a]] = (\bar{a}, \varepsilon_a)$$

where \bar{a} - the middle of the interval (or the mathematical expectation), ε_a - interval width (or variance). Denote the set of all such intervals as $I_{\text{вep}}(R)$.

Let a, b, c are intervals from $I_{\text{bep}}(R)$. We introduce the following interval arithmetic operations (assuming that the intervals are independent normally distributed quantities):

1. Addition of two intervals $a, b \in I_{\text{bep}}(R) : c = a + b$,

$$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}, \quad \varepsilon_c = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}.$$

2. Subtraction of two intervals $a, b \in I_{\text{bep}}(R) : c = a - b$,

$$\bar{c} = \bar{a} - \bar{b}, \quad \varepsilon_c = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2}.$$

3. Multiplication of two intervals $a, b \in I_{\text{bep}}(R) : c = a * b$,

$$\bar{c} = \bar{a} \cdot \bar{b}, \quad \varepsilon_c = \sqrt{\bar{a}^2 \varepsilon_b^2 + \bar{b}^2 \varepsilon_a^2}.$$

reverse interval $a, b \in I_{\text{bep}}(R) : c = \frac{1}{a}$;

$$\bar{c} = \frac{1}{\bar{a}}, \quad \varepsilon_c = \frac{\varepsilon_a}{\bar{a}^2}.$$

4. division of two intervals $a, b \in I_{\text{bep}}(R) : c = \frac{1}{a}$

$$\bar{c} = \frac{\bar{a}}{\bar{b}}, \quad \varepsilon_c = \sqrt{\frac{\bar{a}^2 \varepsilon_b^2}{\bar{b}^4} + \frac{\varepsilon_a^2}{\bar{b}^2}}.$$

For the numerical computation of interval expressions developed software that allows you to operate as classical interval arithmetic [2], and interval arithmetic, introduced in the paper [3, 4] (taking into account the uneven distribution of values within the interval).

2 Literature review

Management problems in various areas of scientific research have been relevant for a long time, today we are exploring various objects for which it is necessary to find the required management.

The classical theory of control of multidimensional systems [5, 6], which was actively developed in the 20th century, is being modified and strengthened in new, expanded problems. One of the current trends is the construction of models of controlled systems with a priori taking into account the uncertainties arising in the input data and parameters.

In this article, we consider one of the classical problems of control, the problem of controllability of dynamic systems [7], based on the ideas of interval analysis actively developing from the second half of the 20th century [8, 9].

The complexity of real objects often does not allow us to give an exact model description of the object. Thus, the uncertainty was originally incorporated into the model under study. In such systems, controls are used to satisfy a certain, often extreme, criterion that specifies the characteristics (properties) of the system that are desirable for the user. The construction

of managements adjusted for accounting for uncertainties is a current, actively developing area of research [10–13]. Recently popular interval analysis methods, which suppose known changes to the boundaries of segments (intervals) of parameter changes, are actively used in control problems. In [14], interval methods in control theory were divided into the following groups:

- Methods based on the use of the apparatus of sensitivity functions, the frequency representation of the object [12, 15, 16].
- Methods with infinite gains [17]
- Adaptive methods [18].
- Methods of modal control [19–23].
- Optimal control [24, 25].

One of the disadvantages of using interval analysis: the operation of interval multiplication greatly expands the interval [9], which overestimates the degree of uncertainty of the initial data in the calculation process when solving a problem. The second significant disadvantage is that in many cases, building control requires the condition of complete controllability for all independent realizations of the system's interval parameters.

To address these shortcomings, various approaches are used [26–32]. The control constructed for the deterministic system is applied to the interval system. Based on the analysis of the beam [13] of the trajectories of a closed system, estimates are made for the size of the intervals, which preserve the required properties of the constructed control as a whole for the interval system.

Pros of the variational approach. First, conventional deterministic methods of solution are used that do not involve the apparatus of interval arithmetic, which leads to simpler algorithms from a computational point of view. Secondly, the requirements of controllability are usually put forward only with respect to the chosen deterministic system, which is a much milder condition compared with the requirement of controllability for all systems from the allowable intervals.

The disadvantage of this approach is the overestimation of estimates when constructing the external approximation of the beam of trajectories of the interval system, and, as a result, the narrowing of guarantees for the fulfillment of the criterion. Such an approach is suitable only for fairly small initial uncertainty intervals. Our approach to the use of interval analysis allows us to obtain an effective controllability criterion for dynamic systems with a control constraint.

3 Materials and Methods

3.1 Formulation of the problem

The control system described by the following linear ordinary differential equations

$$\dot{x} = Ax + Bu, \tag{1}$$

where $A - n \times n$ - constant matrix, $B - n$ - dimensional constant vector, $x - n$ - dimensional vector of system state, u - scalar control.

The following restriction is imposed on management

$$l_1 \leq u(t) \leq l_2, \quad t \in [0, T]. \quad (2)$$

The task is to determine whether there is a control that satisfies the restriction (2) and transfers the system (1) from the initial state

$$x(0) = x_0 \quad (3)$$

to the final specified state

$$x(T) = x_1 \quad (4)$$

for a fixed time T .

The study of the problem in the presence of restrictions on the management of the forms (2) is of some interest, since there are still no effective criteria [1]. In addition, the results can be used in solving practical problems of optimal control of systems described by ordinary differential equations with fixed ends and restrictions on the control actions. In particular, equations of the form can describe robotic or electric power systems, where the coefficients of the matrix and vector are determined through parameters (such as weight, metric characteristics, inertia, etc.), which are usually calculated with some error.

3.2 Application of interval analysis to obtain the criterion of controllability

In recent years, such a direction of computational mathematics as interval has been developed, that operate not with numbers, and intervals (which allow to take into account the error of the initial data) [2].

Next, we apply the results of interval mathematics to the problem of controllability. If $\Phi(t, \tau) = \theta(t) \cdot \theta^{-1}(\tau)$, where $\theta(t) = e^{At}$ - the fundamental matrix of solutions of the system described by a homogeneous vector differential equation

$$\dot{x} = Ax. \quad (5)$$

Introducing the notation:

$$u = v + \frac{l_1 + l_2}{2}, \quad L = \frac{l_2 - l_1}{2}.$$

Then the system (1) can be represented as

$$\dot{x} = Ax + B \frac{l_1 + l_2}{2} + Bv, \quad (6)$$

Where

$$-L \leq v(t) \leq L, \quad \forall t \in [t_0, t_1]. \quad (7)$$

The solution of equation (6) can be represented as

$$x(t) = \Phi(t, t_0)x(t_0) + \frac{l_1 + l_2}{2} \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)Bd\tau + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)Bv(\tau)d\tau. \tag{8}$$

Introducing the notation $y_1 = x_1 + \Phi(T, 0)x_0 - \frac{l_1 + l_2}{2} \int_0^T \Phi(t, \tau)Bd\tau$, $f(\tau) = \Phi(T, \tau)B$.

Then the problem of controllability is reduced to the existence of the solution of the integral equation

$$y_1 = \int_0^T f_1(\tau)v(\tau)d\tau, \tag{9}$$

satisfying the condition (7).

To solve this problem, we apply the results of interval analysis [2].

Replace the integral in the right part (9) with the next

$$h = \sum_{i=1}^n f_i v_i \text{ where } n = \frac{T}{h}, \quad h \geq 0, \quad -L \leq v_i \leq L, \quad i = \overline{1, n}.$$

Denote by $\bar{f}_i = (f_i, 0)$ - the interval centered in f_i and radius of 0, $\bar{v}_i = (0, L)$ - the interval from $-L$ to L [2].

If $i = 1$. Calculating $\bar{f}_1 \bar{v}_1 = (0, |f_1, L|)$ - the interval with the center at point 0 and radius of $|f_i * L|$, here all arithmetic operations are performed according to the rules defined for interval calculations [2].

Obviously multitude

$$\{h f_1 v_1 | \forall v_1 \in (-L, L)\}$$

same as interval

$$h(0, |f_1 L|) \quad \forall h \geq 0.$$

By the method of mathematical induction it can be shown that the set of

$$\left\{ h \sum_{i=1}^n f_i v_i \mid \forall v_i \in (-L, L), i = \overline{1, n} \right\}$$

same as interval

$$h(0, \sum_{i=1}^n |f_i L|) \quad \forall h \geq 0.$$

It can be seen that the set

$$\left\{ \int_0^T f(\tau)v(\tau)d\tau \mid v(t) \in (-L, L), \forall t \in [0, T] \right\}$$

same as interval $y_2 = \int_0^T f(\tau) \bar{v} d\tau$, where all arithmetic operations are performed using interval calculations [2].

Thus, the following theorem is proved.

Theorem. In order for the system (6)-(7) to be controllable, it is necessary and sufficient that the vector belongs to the interval vector y_2 .

For numerical modeling in Pascal language the software is developed, which implements calculations of the proposed criterion and uses the library of interval calculation [4].

Lemma (Gronwall-Belman) [5]. If a scalar continuous function $x(t)$ and $g(t) \geq 0$ satisfy the inequality

$$x(t) \leq \alpha(t) + \int_0^t g(s)x(s)ds, \quad t \geq 0,$$

where $\alpha(t)$ – some non-decreasing function. Then

$$x(t) \leq \alpha(t) \exp \left(\int_0^t g(s)ds \right).$$

Applying the Gronwall-Belman Lemma to the problem (1) and (4) we obtain the following inequality

$$\|x(t_1)\| \leq \|x(t_0)\| + \int_0^{t_1} \|B(\tau)\| u(\tau) d\tau \exp \left(\int_0^{t_1} \|A(\tau)\| d\tau \right). \quad (10)$$

Choose as the norm of the vector $\|x\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$ and the norm of the matrix $\|A\| = \max_{1 \leq j \leq n} \left(\sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right)$.

3.3 Verification of the obtained controllability criterion with examples

Example 1. The second order system is considered as an example

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 3x_1 + 2x_2 + u \\ \dot{x}_2 &= x_1 - x_2 - u, \end{aligned} \quad (11)$$

when partial conditions

$$x_0 = (1, 1) \quad t_0 = 0, \quad t_1 = 1. \quad (12)$$

The conditions for management and endpoint will vary.

$$\text{a) if } -1.5 \leq u(t) \leq 1.0, \quad t \in [0, 1]. \quad (13)$$

Calculate the value of the interval vector $y_2 = \begin{pmatrix} (39.97, 17.99) \\ (9.33, 7.50) \end{pmatrix}$.

Substituting the values of the example parameters in (10) we get $\|x(t_1)\| \leq 4e^4 \approx 218,3$. Consequently, when $x_1 = (109, 110)^*$ according to the Gronwall-Belman Lemma, the system (11)-(13) is not controllable, i.e. there is no control satisfying the restriction $-1.5 \leq u(t) \leq 1/0$ and translating system for time 1 of point $x_0 = (1, 1)^*$ into the point $x_1 = (109, 110)^*$. Applying the proposed criterion, we obtain that the vector $x_1 = (109, 110)^*$ does not belong to the interval vector y_2 , since $109 > 39.97 + 17.99$ and $110 > 9.33 + 7.5$, that means there is no controllability for both variables.

b) at the point x_1 we take the solution of the Cauchy problem (11)-(12) at time t_1 at management $u \equiv 0$, which satisfies the restriction (13): $x_1 = (41.13, 9.43)$.

Applying the proposed criterion, we obtain that the vector belongs to the interval vector y_2 , since $39.97 - 17.99 < 41.13 < 39.97 + 17.99$ and $9.33 - 7.50 < 9.43 < 9.33 + 7.50$, i.e. the system is controllable.

Example 2. A system of equations of the third order of the form (1) describing the state of the circuits of an Electromechanical tracking system of an automatic manipulator is considered [5], where $x = x(t) = (i_{\text{я}}(t), \Omega(t), \theta(t))^*$ – the state vector of the system, $u = u(t) = (\Omega_0(t), \theta_0(t))^*$ – control input vector-system signal, with restrictions

$$l_i^1 \leq u_i \leq l_i^2, \quad i = \overline{1, 2}; \quad t \in [t_0, t_1], \tag{14}$$

$$A = \begin{pmatrix} -\left(\frac{1}{T_{\text{я}}} + \frac{k_{oc}k_{\text{YM}}R_{\text{ш}}}{L_{\text{я}}}\right) & -\left(\frac{k_e}{L_{\text{я}}} + \frac{k_1k_{\text{YM}}k_m}{L_{\text{я}}}\right) & -\frac{k_1k_{\text{YM}}k_n}{L_{\text{я}}} \\ \frac{k_M}{J} & -\frac{1}{T_M} & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -\frac{k_1k_{\text{YM}}k_{\Gamma}}{L_{\text{я}}} & \frac{k_1k_{\text{YM}}k_n}{L_{\text{я}}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Numerical values of matrix coefficients A and B depend on parameters and structure of the tracking system.

If

$$x_0 = (1, 1, 1) \tag{15}$$

$$T = 1,$$

$$T_{\text{я}} = 2, \quad L_{\text{я}} = 3, \quad k_{oc} = 1, \quad k_{\text{YM}} = 1.5, \quad R_{\text{ш}} = 1.1, \quad k_e = 2.1,$$

$$k_1 = 0.1, \quad k_m = 2, \quad k_n = 4, \quad k_{\Gamma} = 6, \quad J = 5, \quad T_M = 4.$$

Then the system of equations (1) is represented as

$$\dot{i}_{\text{я}} = -1.05i_{\text{я}} - 0.8\Omega - 3.0\theta - 3.0\Omega_0 + 2.0\theta_0,$$

$$\dot{\Omega} = 0.4i_{\text{я}} - 0.25\Omega,$$

$$\dot{\theta} = \Omega + \theta.$$

Setting a constraint on the control vector $u = (\Omega_0(t), \theta_0(t))^*$ in form

$$\begin{aligned} -0.4 \leq \Omega_0 \leq 0.6, \quad t \in [0, 1]. \\ -0.25 \leq \theta_0 \leq 1.25, \quad t \in [0, 1]. \end{aligned} \tag{16}$$

Calculate the value of the interval vector $y_2 = \begin{pmatrix} (4.94 \ 12.29) \\ (0.14 \ 1.62) \\ (4.33 \ 5.87) \end{pmatrix}$.

Substituting the values of the example parameters in (10), we obtain

$$\|x(1)\| \leq (3 + 3 * 1.85)e^4 \approx 466.6$$

Then at $x(1) = (160, 160, 150)^*$ the system is not manageable, i.e. there is no management of the translating system in time $T = 1$ from the point $(1, 1, 1)^*$ to the point $x(1) = (160, 160, 150)^*$.

4 Results

Applying the proposed criterion, we get that the vector $x(1) = (160, 160, 150)^*$ does not belong to the interval vector y_2 , as $160 > 4.94 + 12.29$, $160 > 0.14 + 1.62$ and $150 > 4.33 + 5.87$, that means there is no controllability for the three variables.

As the point $x(1)$ we'll take the solution of the Cauchy problem (1) at a time T at management $u \equiv 0$, which satisfies the restriction (16), then $x(1) = (-4.87, 0.12, 4.1)^*$.

Applying the proposed criterion, we obtain that the vector belongs to the interval vector y_2 , as $4.94 - 12.29 < -4.87 < 4.94 + 12.29$, $0.14 - 1.62 < 0.12 < 0.14 + 1.62$ and $4.33 - 5.87 < 4.1 < 4.33 + 5.87$, that means that the system is manageable.

5 Conclusion

For a linear control system with limited control on the basis of interval mathematics, a controllability criterion is obtained. A feature of the obtained criterion is its algorithmic constructiveness.

Results of numerical calculations show the effectiveness of the proposed controllability criterion and the possibility of their application in practical applications.

6 Acknowledgments

The work was supported by the grant financing of scientific and technical programs and projects by the Ministry of Science and Education of the Republic of Kazakhstan (grant "Development of biometric methods and information protection tools 2018-2020")

References

- [1] Roytenberg J. N., *Avtomaticheskoe upravlenie [Automatic control]* (M.: Nauka, 1971).
- [2] Moore R.E. and Kearfott R.B. and Cloud V.J., *Introduction to interval analysis* (Philadelphia: SIAM Press, 2009), 6-10.
- [3] Mazakov T.Zh. and Jomartova Sh. A., "Primenenie intervalnogo analiza v prakticheskikh vychisleniyah"[Application of interval analysis in practical calculations], *Computational technologies* 7 (2002): 230-34.
- [4] Jomartova Sh. A., "'Prakticheskie' intervalnye vychisleniya"["Hands-on" interval calculations], *Bulletin of NAS RK*. 2 (2002): 41-6.
- [5] Kolmanovskiy V. V. and Nosov V. R., *Ustoichivost i periodicheskie rezhimy reguliruemyyh sistem s posledestviem [Stability and periodic regimes of controlled systems with aftereffect]* (M.: Nauka, 1981).
- [6] Kurzhanskiy A.B., *Upravlenie i nabludenie v usloviyah neopredelennosti [Management and supervision in the conditions of uncertainty]* (M.: Nauka, 1977).

- [7] Afanasiev V.N. and Kolmanovskiy V. V. and Nosov V.R., *Matematicheskaya teoriya konstruirovaniya sistem upravleniya [Mathematical theory of designing control systems]* (M.: Vyshay shkola, 1998).
- [8] Alefeld G. and Herzberger J., *Introduction to Interval Computations*, (York: Academic Press, 1983), 15-25.
- [9] Yedavalli R.K., "Stability analysis of interval matrices: another sufficient condition," *Int.J.Contr.* 43 (1986): 767-72.
- [10] Voevoda A.A. and Plohotnikov V.V., *O metodike sinteza regulyatorov dlya obektov s intervalnymi parametrami [On the method of synthesis of regulators for objects with interval parameters]* (Collection of scientific papers of NSTU. Novosibirsk, 1998).
- [11] Davydov D.V., "Localnaya stabilizaciya intervalno nabludaemoi sistemy s neopredelennymi parametrami"[Local stabilization of an interval-observable system with uncertain parameters], *Computational technologies. Novosibirsk: Publishing House of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences* 8 (2003): 44-51.
- [12] Zaharov A.V. and Shokin U.I., "Sintez sistem upravleniya pri intervalnoi neopredelennosti parametrov ih matematicheskikh modelei"[Synthesis of control systems with interval uncertainty parameters of their mathematical models], *DAN USSR* 299 (1988).
- [13] Moiseev A.N., *Modalnoe upravlenie mnogomernoi dinamicheskoi sistemoi s parametricheskimi neopredelennostyami intervalnogo tipa [Modal control of a multidimensional dynamic system with parametric uncertainties of interval type]* (Tomsk: Diss. Cand. those. Sciences, 1997).
- [14] Kaucher E., "Interval analysis in the extended interval space IR," *Computing Supplement 2* (1980): 33-49.
- [15] Hodko S.T., *Proektirovanie sistem upravleniya s nestabilnymi parametrami [Designing control systems with unstable parameters]* (L.: Engineering, 1987).
- [16] Smagin E.M. and Moiseev A.N. and Moiseeva S.P., "Nekotorye metody vychisleniya koefficientov IHP intervalnykh matric"[Some methods for calculating the ICP coefficients of interval matrices], *Computational technologies, Novosibirsk: Publishing House of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences* 2 (1997): 52-61.
- [17] Ivlev R.S., *Postroenie i issledovanie svoystv mnogomernykh sistem upravleniya intervalno-zadanyimi obektami [Construction and study of the properties of multidimensional control systems of interval-specified objects]* (Almaty: Diss. Cand. those. Sciences, 1999).
- [18] Ivlev R.S. and Sokolova S.P., "Postroenie vektornogo upravleniya mnogomernym intervalno-zadanyim obektom"[Construction of vector control multidimensional interval specified object], *Computational technologies. Novosibirsk: Publishing House of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences* 4 (1999): 3-13.
- [19] Haritonov V.L., "Ob assimtoticheskoi ustoichivosti polozheniya ravnovesiya semeystva sistem lineinykh differentsialnykh uravnenii"[On the asymptotic stability of the equilibrium position of a family of systems of linear differential equations], *Differents. the Equations* 14 (1978): 2086-88.
- [20] Sharyi S.P., *Intervalnye algebraicheskie zadachi i ih chislennoe reshenie [Interval algebraic problems and their numerical solution]* (Novosibirsk: Diss. Dr. Phys.-Mat. Sciences, 2000).
- [21] Shashihin V.N., "Zadacha robustnogo razmesheniya polosov v intervalnykh krupnomashtabnykh sistemah"[The task of robust pole placement in large-scale interval systems], *Automation and Remote Control* 2 (2002): 34-43.
- [22] Hlebalin N.A., *Sintez intervalnykh regulyatorov v zadache modalnogo upravleniya [Synthesis of interval regulators in the modal control problem]* (Sarat.: Analytical methods for regulator synthesis: Interst. scientific Sat Saratov, 1988).
- [23] Aschepkov L.T. and Dolgy D.V., "The universal solutions of interval systems of linear algebraical equations," *Int. J. of Software Eng. and Knowledge Eng.* 3 (1993): 477-85.
- [24] Shashihin V.N., "Sintez robustnogo upravleniya dlya intervalnykh krupnomashtabnykh sistem s posledestviem"[Synthesis of robust control for interval large-scale systems with aftereffect], *Automation and Remote Control* 12 (1997): 164-74.
- [25] Li E.B. and Markus L., *Osnovy teorii optimalnogo upravleniya [Fundamentals of optimal control theory]* (M.: Nauka, 1972).
- [26] Bialas S.A., "A necessary and sufficient conditions for stability of interval matrices," *Int.J.Contr.* 37 (1983): 717-22.
- [27] Liu M., "Interval Analysis of Dynamic Response of Structures," *International Conference of Electrical, Automation and Mechanical Engineering (EAME 2015)* (2015): 810-13.

- [28] Chen S. H. and Zhang, X. M., "Dynamic response of closedloop system with uncertain parameters using interval finite element method," *Journal of Engineering Mechanics* 132 (2006): 830-40.
- [29] Qiu Z. P. and Wang X. J., "Parameter perturbation method for dynamic responses of structures with uncertain-but-bounded parameters based on interval analysis," *International Journal of Solids and Structures* 42 (2005): 4958-70.
- [30] Wang Z and Tian Q and Hu H, "Dynamics of spatial rigid–flexible multibody systems with uncertain interval parameters," *Springer Sci* 84 (2015): 527–48.
- [31] Wu, J.L. and Zhang, Y.Q., "The dynamic analysis of multibody systems with uncertain parameters using interval method," *Appl. Mech. Mater.* (2012): 1555–61.
- [32] Yunlong Li and Xiaojun Wang and Ren Huang and Zhiping Qiu, "Balanced-based model reduction of uncertain systems with interval parameters," *Journal of Vibration and Control* 22 (2016): 2958.

IRSTI 83.77.29

Cluster analysis application in the compulsory insurance of civil-legal liability of the vehicles' owners

Sikhov M.B., Al-Farabi Kazakh National University,
Almaty, Kazakhstan, E-mail: mirbulats56@gmail.com
Beibitbekov A.B., Al-Farabi Kazakh National University,
Almaty, Kazakhstan, E-mail: beibitbekov.almas@gmail.com
Sapin A.M., Al-Farabi Kazakh National University,
Almaty, Kazakhstan, E-mail: azat.sapin@gmail.com

With an increase in flow of the processed and stored information in insurance organizations in Kazakhstan, associated with the building of customers' base, mergers and acquisitions processes and implementation of the new insurance products; the relevance of the problem of preliminary information processing for its structuring, allocation of distinctive attributed, generalization and sorting grows. Without appropriate scientific and methodological approach, data processing and analysis will be more difficult for insurance organizations and, may require the utilization of significant informational-computing and financial resources. In the present article as a modern scientific-research approach to the solution of this problem, it is suggested to apply a procedure of the cluster analysis by k-means algorithm, which makes it possible to simplify the processing and further analysis of data set by arranging data in relatively homogeneous groups. Particularly, the present article describes a process of the cluster analysis application by the k-means algorithm to the data on losses by a class of Compulsory insurance of civil-legal liability of the vehicles' owners. The purpose of the present article is to split the losses by this class of insurance into homogeneous qualitative groups (clusters) based on frequency and severity of losses and, to interpret acquired clusters. Results of the k-means algorithm confirm that each acquired cluster has statistically significant data with similar impact upon losses' process, which may be employed in the future for evaluation of losses of the insurance organization. Methodological approaches and results obtained in this article will, first of all, be interesting to the professional participants of insurance market of the Republic of Kazakhstan to conduct better underwriting research on the formation of the efficient structure of the insurance portfolio of Compulsory insurance of civil-legal liability of the vehicles' owners in accordance with tariff rates.

Key words: cluster analysis, unsupervised machine learning, k-means algorithm, insurance, underwriting analysis.

Көлік құралдары иелерінің азаматтық-құқықтық жауапкершілігін міндетті сақтандыруда кластерлік талдауды қолдану

Сихов М.Б., Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: mirbulats56@gmail.com
Бейбітбеков А.Б., Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: beibitbekov.almas@gmail.com
Сапин А.М., Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті,
Алматы қ., Қазақстан, E-mail: azat.sapin@gmail.com

Қазақстандағы сақтандыру ұйымдарында өңделетін және сақталатын ақпарат ағынының өсуімен, оның ішінде клиенттік базаны арттырумен, бірігу және сіңіру процестерімен және жаңа сақтандыру өнімдерін енгізумен байланысты, ақпаратты алдын ала өңдеу проблемаларының оны құрылымдау, сипатты белгілерді бөлу, қорыту және сұрыптау үшін өзектілігі өсуде. Тиісті ғылыми және әдіснамалық тәсілсіз деректерді өңдеу және талдау процесі сақтандыру ұйымдары үшін неғұрлым қиын болып табылуда және елеулі ақпараттық-есептеу және қаржы ресурстарын пайдалану талап етілуі мүмкін. Бұл мақалада осы проблеманы шешудің қазіргі заманғы ғылыми-зерттеу тәсілі ретінде салыстырмалы біртекті топтарға деректерді реттеу жолымен деректер массивтерін өңдеуді және одан әрі талдауды жеңілдетуге мүмкіндік беретін k -орташа әдісімен кластерлік талдау рәсімін пайдалану ұсынылады. Атап айтқанда, мақалада көлік құралдары иелерінің азаматтық-құқықтық жауапкершілігін міндетті сақтандыру сыныбы бойынша шығындар жөніндегі деректерге k -орташа әдісімен кластерлік талдауды қолдану процесі сипатталады. Мақаланың мақсаты сақтандырудың осы сыныбы бойынша шығындарды, шығындардың жиілігі мен ауырлығы негізінде біртекті сапалы топтарға (кластерлерге) бөлу және алынған кластерлерді түсіндіру болып табылады. k -орташа әдісінің нәтижелері әрбір бөлінген кластерде одан әрі сақтандыру ұйымының залалдарын бағалау үшін пайдаланылуы мүмкін шығындар процесіне ұқсас статистикалық маңызды деректер бар екенін куәландырады. Мақалада алынған әдіснамалық тәсілдер мен нәтижелер ең алдымен Қазақстан Республикасының сақтандыру нарығының қатысушыларына тарифтік ставкаларға сәйкес көлік құралдары иелерінің азаматтық-құқықтық жауапкершілігін міндетті сақтандыру бойынша сақтандыру портфелінің тиімді құрылымын қалыптастыру бойынша неғұрлым сапалы андеррайтингтік зерттеу жүргізу үшін қызықты болып табылады.

Түйін сөздер: кластерлік талдау, оқытушысыз машиналық оқыту, k -орташа әдісі, сақтандыру, андеррайтинг талдау.

Применение кластерного анализа в обязательном страховании гражданско-правовой ответственности владельцев транспортных средств

Сихов М.Б., Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: mirbulats56@gmail.com

Бейбітбеков А.Б., Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: beibitbekov.almas@gmail.com

Сапин А.М., Казахский национальный университет имени аль-Фараби,
г. Алматы, Казахстан, E-mail: azat.sapin@gmail.com

С ростом потока обрабатываемой и хранимой информации в страховых организациях в Казахстане, связанных, в том числе, с наращиванием клиентской базы, процессами слияний и поглощений и внедрением новым страховых продуктов, растет актуальность проблем предварительной обработки информации для ее структурирования, выделения характерных признаков, обобщения и сортировки. Без соответствующего научного и методологического подхода процесс обработки и анализа данных будет становиться все более затруднительным для страховых организаций, и может потребоваться использование значительных информационно-вычислительных и финансовых ресурсов. В настоящей статье в качестве современного научно-исследовательского подхода к решению данной проблемы предлагается использовать процедуру кластерного анализа k -means algorithm, позволяющую упростить обработку и дальнейший анализ массивов данных путем упорядочивания данных в сравнительно однородные группы. В частности, в статье описывается процесс применения кластерного анализа k -means algorithm к данным по убыткам по классу обязательного страхования гражданско-правовой ответственности владельцев транспортных средств. Цель статьи состоит в том, чтобы разделить убытки по данному классу страхования на однородные качественные группы (кластеры) на базе частоты и тяжести убытков и интерпретировать полученные кластеры. Результаты k -means algorithm свидетельствуют о том, что в каждом из выделенных кластеров находятся статистически значимые данные со схожим влиянием на процесс убытков, которые могут быть использованы в дальнейшем для оценки убытков страховой

организации. Методологические подходы и результаты, полученные в статье, будут прежде всего интересны участникам страхового рынка Республики Казахстан для проведения более качественного андеррайтингового исследования по формированию эффективной структуры страхового портфеля по обязательному страхованию гражданско-правовой ответственности владельцев транспортных средств в соответствии с тарифными ставками.

Ключевые слова: кластерный анализ, машинное обучение без учителя, k -means algorithm, страхование, андеррайтинговый анализ.

1 Introduction

In the general insurance market of the Republic of Kazakhstan, one of the main classes of insurance is Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners [1]. Due to the compulsory nature of insurance and the annual growth of automobile sales, this class of insurance prevails in the overall structure of premiums in Kazakhstan [2].

To date, in the general insurance branch the insurance companies of Kazakhstan have accumulated enough statistical data on this class of insurance required for underwriting research on the formation of an effective structure of the insurance portfolio and the allocation of target segments in accordance with certain tariff rates [3], which, in its turn, is necessary for the financial stability of insurance companies [4].

However, due to the growing flow of the information processed and stored in insurance companies, it is becoming more and more difficult to structure it accurately and highlight characteristic features, as well as generalize and draw rational conclusions [5].

As a modern scientific research approach to solving this problem, the authors of this article propose to use the k -means algorithm procedure, which allows to simplify the processing and further analysis of complex data by organizing it into relatively homogeneous groups [6].

In general, cluster analysis is one of the types of multidimensional classification in the absence of prior information about the number and type of classes into which the set of objects is divided [7]. In the framework of this article, the purpose of cluster analysis using the k -means algorithm is to split losses of the aforementioned insurance class into homogeneous qualitative groups (clusters) based on the frequency and severity of losses, each of which corresponds to a certain risk group.

Knowledge of the main descriptive characteristics in each cluster can be used further in the framework of underwriting to identify ineffective insurance portfolio and pricing errors, if any, in order to minimize the risks of losing funds and improve the financial stability of insurance organizations [8].

2 Literature Review

As already mentioned, cluster analysis provides an opportunity to learn about the structure of complex data by splitting them into similar objects (parts) [9]. In cluster analysis there are no pre-classified classes and no differences between dependent and independent variables. Cluster analysis algorithms detect similarities and group data into clusters.

Clustering methods are widely used in many areas such as marketing, pattern classification, biology, mathematics, etc. [10]. In business, clustering helps a marketer to characterize customer segmentation [11] and then direct marketing efforts to the most attractive segment. In biology, cluster analysis can be used with a view to classify genes [12] and to obtain

taxonomies of plants and animals [13]. Cluster analysis is used not only as a method of classification and segmentation, but also as a method of detecting fraudulent actions in the banking sector [14], property insurance [15] and health insurance [16].

There are many publications and research projects on the application of cluster analysis in the field of auto insurance. However, most of them approach the issue of application of cluster analysis from a marketing point of view and investigate the issue of identifying the most optimal customer segmentation for insurance organizations. For example, the authors Thakur S.S. and Sing J.K. [17] identified target customer segments for insurance companies in terms of customer interest in insurance by using cluster analysis. In another paper, the authors Kaveh K-D., Farshid A., and Shaghayegh A. [18] identified target segments for customers in terms of their profitability for insurance organizations using cluster analysis as well.

Among the articles dedicated to the study of losses of the insurance portfolio of auto insurance with the help of cluster analysis, we could highlight the article of the authors Ai C.Y., Kate A.S., Robert J.W. and Malcolm B. [19]. In this article, the authors consider the problem of forecasting claims and losses, taking into account the estimated risks for groups of policyholders. However, as noted above, only a small part of foreign clustering research is dedicated to the study and prediction of losses in the field of auto insurance. Moreover, in Kazakhstan, research on issues of claims and losses in the class of Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners on the basis of cluster analysis has not been conducted to date, which only underlines the relevance and importance of this research direction for the local insurance market. The implementation of cluster analysis is not simple due to two factors [20]. First, the same clustering method can often produce different results. Thus, the final results in the framework of the same method will depend on the choice of parameters, such as the initial setting or the number of clusters [21]. Secondly, the interpretation of cluster structures is not simple. In this case, the detected clusters depend not only on the data, but also on the user's goal and the degree of granulation [22]. Ultimately, the resulting clusters should be considered as a representation of the data that can be used to restore the original data from aggregate clusters [23].

After an in-depth study of the available clustering methods [24], the authors of this article came to the conclusion that the k -means algorithm is the most optimal method for studying the nature of losses in the class of Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners. The undoubted advantages of this method include the fact that it is relatively scalable and efficient in processing data sets [25]. Also, in favor of the choice of the k -means algorithm, its popularity among researchers is also due to its ease of use [26]. The k -means algorithm is used as a method of segmentation and classification more often than other clustering methods [27].

3 Materials and research methods

The following describes k -means algorithm – the most popular method of cluster analysis. In general, the k -means algorithm is a cluster analysis method, the objective of which is to split l observations from the multidimensional space R^n into k clusters, but each such observation relates to the cluster (group) whose centroid (average) it is closest to [28].

To begin with, let us take a detailed look at the following series of observations:

$$(x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(l)}), \quad x^{(i)} \in R^n \quad (1)$$

K -means algorithm splits l observations into k clusters ($k \leq l$), $G = (G_1, G_2, \dots, G_k)$ in order to minimize the total squared deviation of cluster points from the centroids of these clusters:

$$\min \left[\sum_{i=1}^k \sum_{x^{(j)} \in G_i} \|x^{(j)} - \mu_i\|^2 \right], \quad (2)$$

where, $x^{(j)} \in R^n$, $\mu_i \in R^n$ – centroid for a G_i cluster.

Thus, if the measure of the distance to the centroid is defined, then splitting objects into clusters is reduced to the determination of the centroids of these clusters. In this case, the number of clusters k is set in advance.

Let us consider the initial set of k centroids $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_k$ in clusters G_1, G_2, \dots, G_k . At the first stage, cluster centroids can be selected randomly. Further, we will assign each observation to the cluster whose centroid is closest to it. Each such observation should belong to only one cluster, even if it can be attributed to two or more clusters.

After the first iteration, the centroid of each i -th cluster is recalculated using the following formula:

$$\mu_j = \frac{1}{G_j} \sum_{x^{(j)} \in G_i} x^{(j)}. \quad (3)$$

Thus, the k -means algorithm involves recalculation of the centroid at each iteration step based on the information obtained in the previous step.

In this case, the iterative process of the algorithm of the k -means algorithm stops when the values of μ_i stop changing $\mu_i^{(t)} = \mu_i^{(t+1)}$.

4 Application of cluster analysis in Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners

Let us suppose that we have the following aggregated data for the class of Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners (Tab. 1 - Aggregated insurance data):

Table 1. Aggregated insurance data

Number of insured persons	100 000
Insurance premium per 1 insured person in tenge	20 000
Total premium in tenge	2 000 000 000
Number of insured events	831
Monthly Calculation Index (MCI) in tenge [29]	2 525
Total insurance loss in tenge	1 013 105 750
Total loss in MCI	401 230

Further, let us suppose that the above insurance losses have a distribution that is described according to the following table (Tab. 2 - Distribution of insurance losses):

Table 2. Distribution of insurance losses. Insurance losses

Insurance losses in MCI		Average compensation in MCI (average severity of losses)	Frequency	Number of insured events
0	40	20	0,0000	1
40	80	60	0,0002	24
80	120	100	0,0004	35
120	160	140	0,0003	31
160	200	180	0,0002	24
200	240	220	0,0004	36
240	280	260	0,0009	88
280	320	300	0,0003	31
320	360	340	0,0003	33
360	400	380	0,0005	52
400	440	420	0,0003	34
440	480	460	0,0005	52
480	520	500	0,0005	52
520	560	540	0,0006	56
560	600	580	0,0011	113
600	680	640	0,0001	11
680	760	720	0,0002	17
760	840	800	0,0002	19
840	920	880	0,0005	45
920	1000	960	0,0006	62
1000	1100	1050	0,0000	0
1100	1200	1150	0,0000	1
1200	1300	1250	0,0000	2
1300	1400	1350	0,0000	4
1400	1500	1450	0,0000	1
1500	1600	1550	0,0000	1
1600	1700	1650	0,0000	2
1700	1800	1750	0,0000	1
1800	1900	1850	0,0000	0
1900	2000	1950	0,0000	3

For the convenience of the study, the data on insurance losses in Table 2 are divided into groups in multiples of MCI with an average compensation (average severity of losses) equal to the average value of insurance losses per group. Also, the frequency indicator presented in Table 2 is determined according to the following formula:

$$\text{Frequency} = \frac{\text{number of insured events}}{\text{number of insured persons}} \quad (4)$$

Based on the above data, the risks of Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners can be divided into 2 significant interdependent factors: the frequency and average severity of losses. These factors are used further in the k -means algorithm cluster analysis.

Moreover, in view of the fact that the k -means algorithm in the framework of cluster analysis requires estimates of the distances between clusters according to formula (2), it is necessary to specify a certain measurement scale when calculating distances. Since the factors chosen by us use completely different types of scales, the data must be standardized (normalized), so the values of each factor will lie in the segment $[0; 1]$.

Below there is a representation of the correspondence of the normalized frequency values to the normalized mean severity of losses in MCI as a graph (Fig. 1 - Compliance of the normalized frequency values with the values of normalized severity of losses in MCI.).

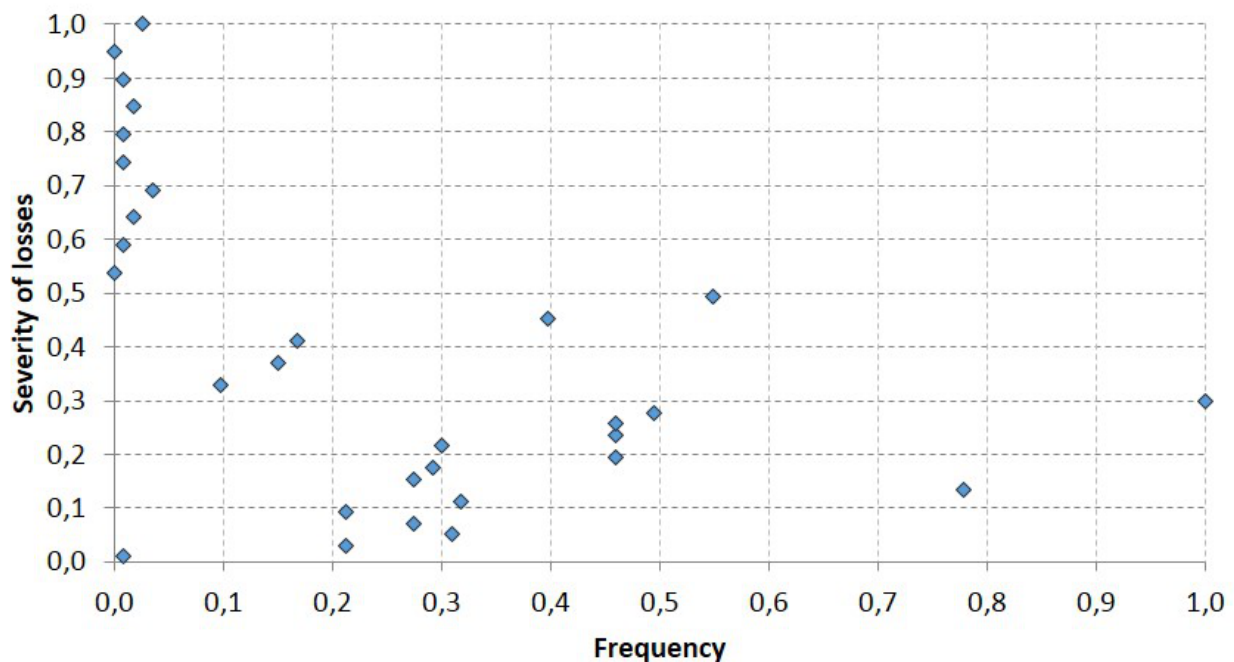


Figure 1: Correspondence of the normalized frequency values to the normalized values of the average severity of losses in MCI

Based on the visual presentation of the compliance results in Figure 1, it can be assumed that five natural clusters are formed. Having split the initial data into 5 clusters, we perform calculations according to the k -means algorithm and check the significance of the difference between the obtained clusters.

Let us set the values of the initial coordinates of the centroids in random order. In this case, the initial coordinates of the centroids are the diagonal points of the coordinate axis $[0; 1] \times [0; 1]$ (Tab. 3 - The initial coordinates of the centroids in random order):

Table 3. Initial coordinates of centroids in a random order

	Normalized frequency of losses	Normalized severity of losses
Centroids	x	y
C1	0,1000	0,1000
C2	0,2000	0,2000
C3	0,3000	0,3000
C4	0,4000	0,4000
C5	0,5000	0,5000

Further, in the framework of iteration No. 1, we will calculate the distances according to the Euclidean distances formula using the selected initial coordinates of the centroids. The results of calculations in the framework of iteration No. 1 are presented below (Tab.4 - Results of calculations in the framework of iteration No. 1):

Table 4. Results of calculations in the framework of the iteration No. 1

	x	y	Distance from C1	Distance from C2	Distance from C3	Distance from C4	Distance from C5	Cluster
1	0,0088	0,0103	0,1279	0,2693	0,4108	0,5522	0,6936	1
2	0,2124	0,0308	0,1320	0,1697	0,2831	0,4142	0,5504	1
3	0,3097	0,0513	0,2153	0,1848	0,2489	0,3602	0,4874	2
4	0,2743	0,0718	0,1766	0,1482	0,2296	0,3514	0,4840	2
5	0,2124	0,0923	0,1127	0,1084	0,2254	0,3604	0,4989	2
6	0,3186	0,1128	0,2190	0,1472	0,1881	0,2985	0,4276	2
7	0,7788	0,1333	0,6796	0,5826	0,5069	0,4632	0,4606	5
8	0,2743	0,1538	0,1825	0,0875	0,1484	0,2764	0,4132	2
9	0,2920	0,1744	0,2059	0,0955	0,1259	0,2501	0,3864	2
10	0,4602	0,1949	0,3725	0,2602	0,1916	0,2138	0,3077	3
11	0,3009	0,2154	0,2317	0,1021	0,0846	0,2095	0,3474	3
12	0,4602	0,2359	0,3850	0,2626	0,1725	0,1748	0,2671	3
13	0,4602	0,2564	0,3927	0,2662	0,1660	0,1557	0,2468	4
14	0,4956	0,2769	0,4333	0,3054	0,1969	0,1558	0,2231	4
15	1,0000	0,2974	0,9214	0,8059	0,7000	0,6087	0,5395	5
16	0,0973	0,3282	0,2282	0,1642	0,2046	0,3111	0,4378	2
17	0,1504	0,3692	0,2739	0,1763	0,1648	0,2514	0,3732	3
18	0,1681	0,4103	0,3177	0,2127	0,1719	0,2321	0,3438	3
19	0,3982	0,4513	0,4608	0,3201	0,1804	0,0513	0,1128	4
20	0,5487	0,4923	0,5960	0,4550	0,3144	0,1750	0,0493	5
21	0,0000	0,5385	0,4497	0,3931	0,3832	0,4233	0,5015	3
22	0,0088	0,5897	0,4982	0,4341	0,4108	0,4347	0,4993	3
23	0,0177	0,6410	0,5472	0,4772	0,4427	0,4519	0,5025	3
24	0,0354	0,6923	0,5958	0,5191	0,4732	0,4673	0,5028	4

25	0,0088	0,7436	0,6500	0,5762	0,5306	0,5206	0,5482	4
26	0,0088	0,7949	0,7008	0,6248	0,5742	0,5558	0,5729	4
27	0,0177	0,8462	0,7507	0,6714	0,6148	0,5875	0,5937	4
28	0,0088	0,8974	0,8026	0,7232	0,6646	0,6328	0,6318	5
29	0,0000	0,9487	0,8546	0,7750	0,7147	0,6790	0,6718	5
30	0,0265	1,0000	0,9030	0,8186	0,7515	0,7067	0,6886	5

The affiliation of a particular point to a particular cluster in the Table 4 is determined on the basis of the minimum distance between the point and the centroid:

$$\min(\text{Distance to } C_1; \text{Distance to } C_2; \text{Distance to } C_3; \text{Distance to } C_4; \text{Distance to } C_5) \quad (5)$$

Now let us find the new coordinates of the centroids for each cluster. For a particular cluster, they are defined as the average value of the coordinates of points (abscissas and ordinates) located in this cluster (Tab. 5 - Recalculated coordinates of the centroids after iteration No. 1).

Table 5. Recalculated centroid coordinates after iteration No. 1

	Normalized frequency of losses	Normalized severity of losses
Centroids	x	y
C1	0,1106	0,0205
C2	0,2541	0,1407
C3	0,1958	0,3994
C4	0,2035	0,5802
C5	0,3938	0,6282

Further, continuing the process of iteration, we come to the fact that by iteration No. 8 the values of the coordinates of the centroids cease to change. Below there are the tabular values (Tab. 6 - Recalculated coordinates of centroids after iteration No. 8, after which the coordinates of the centroids do not change) and a graph of the results (Fig. 2 - Results of cluster analysis after iteration No. 8 in accordance with the belonging of points to one of 5 clusters):

Table 6. The recalculated coordinates of the centroids after iteration No. 8, after which the values of the coordinates of the centroids do not change

	Normalized frequency of losses	Normalized severity of losses
Centroids	x	y
C1	0,2448	0,1014
C2	0,4705	0,3179
C3	0,0850	0,4472
C4	0,0155	0,8205
C5	0,8894	0,2154

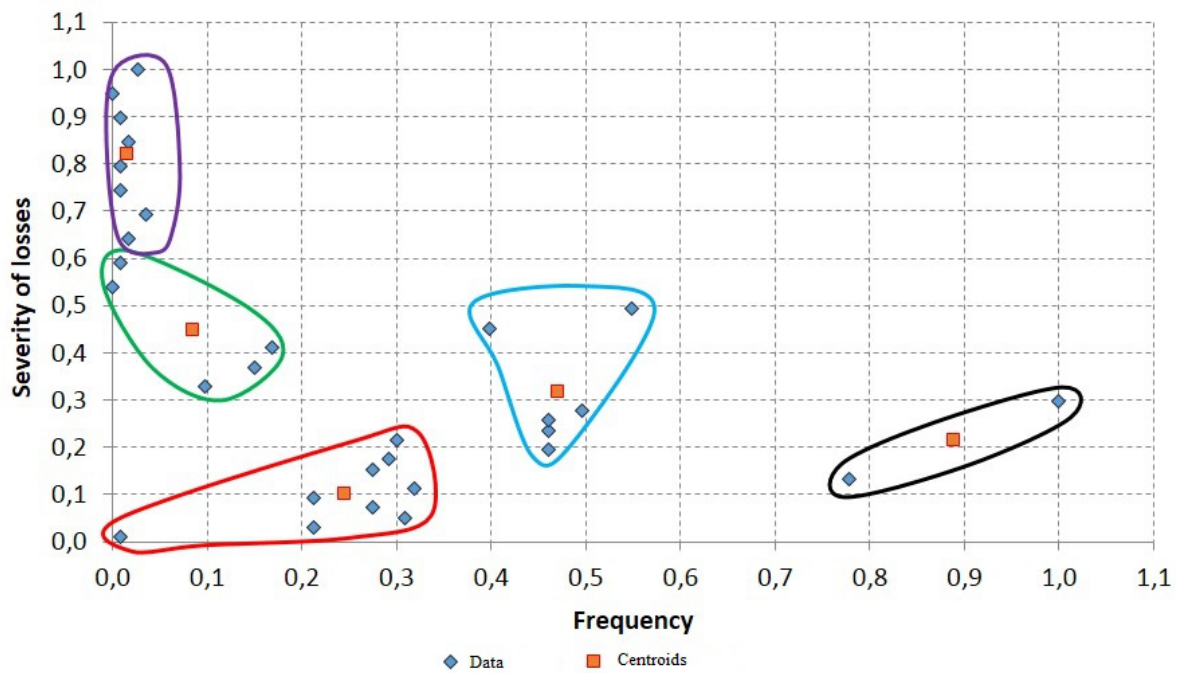


Figure 2: The results of cluster analysis after iteration No. 8 in accordance with the belonging of points to one of 5 clusters

We carried out identical calculations according to the k -means algorithm based on 2, 3, 4, 6, 7 and 8 clusters. The results are presented below (Fig. 3-8):

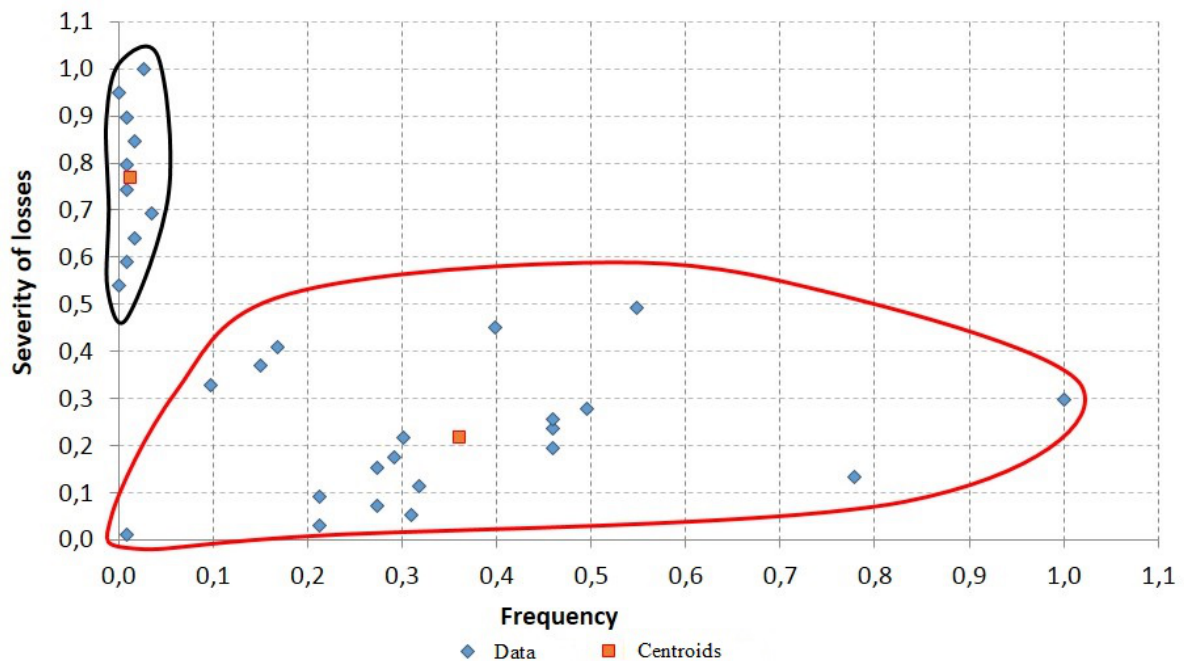


Figure 3: The results of cluster analysis in accordance with the affiliation of points to one of 2 clusters

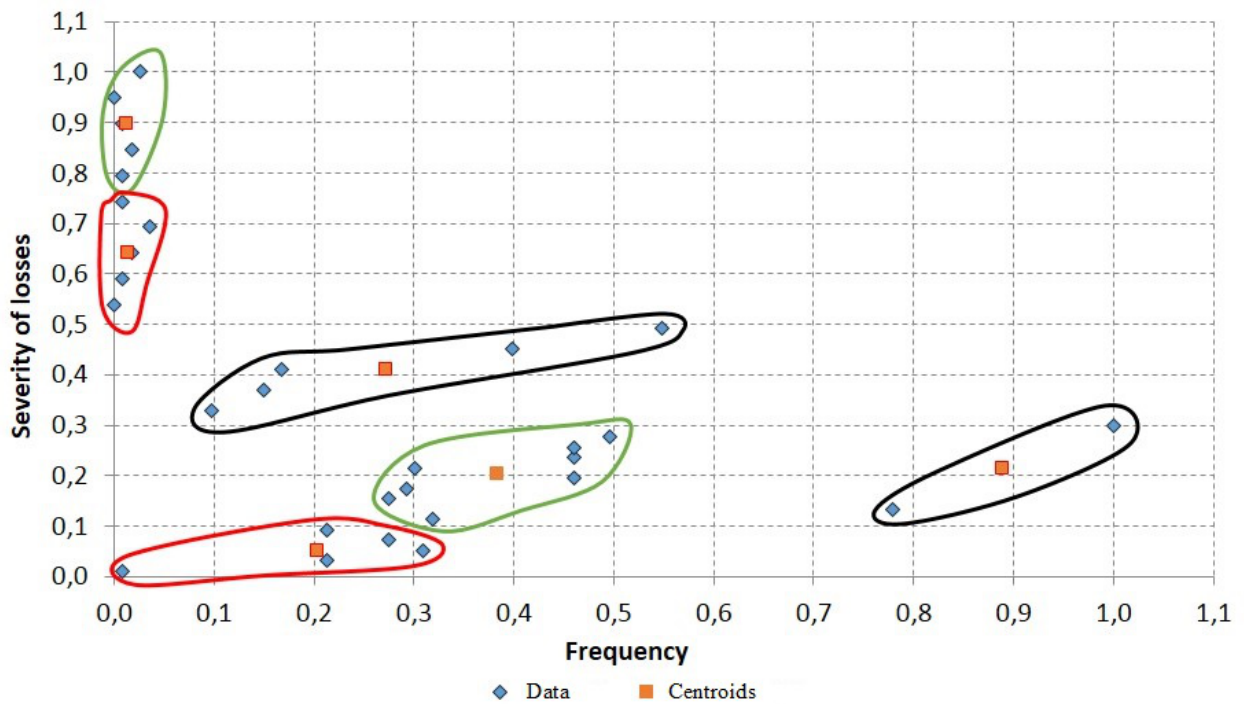


Figure 6: The results of cluster analysis in accordance with the affiliation of points to one of 6 clusters

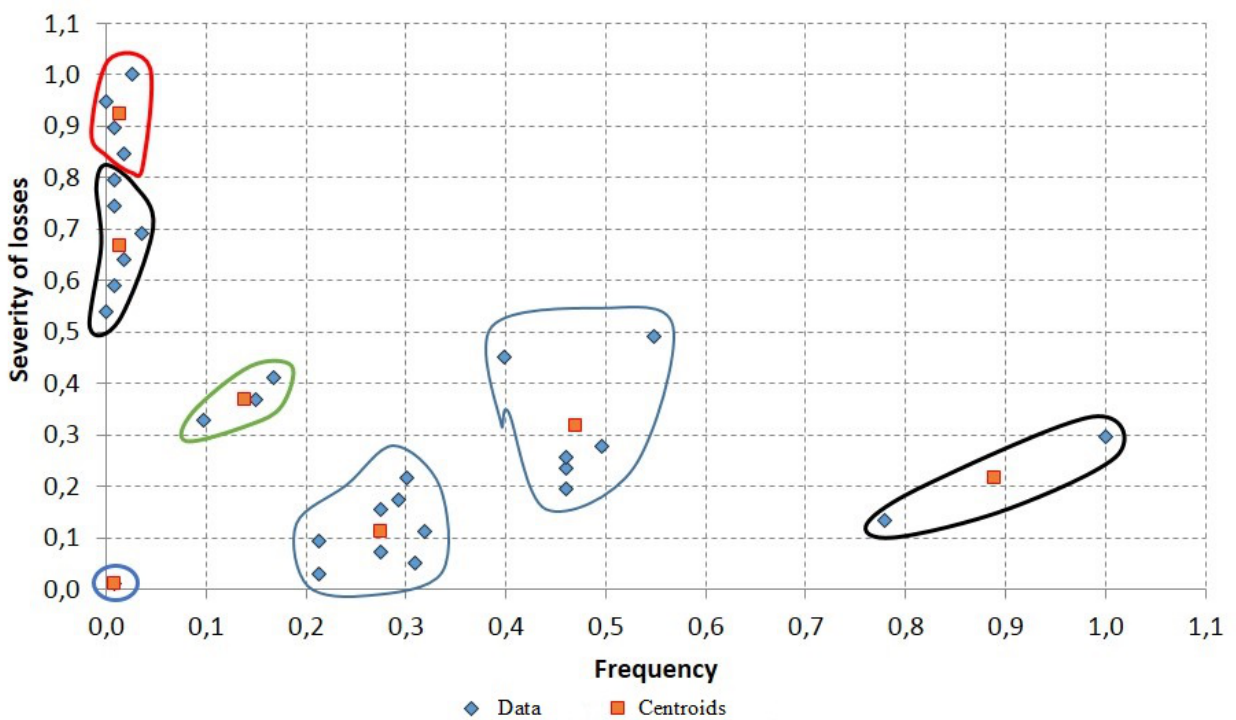


Figure 7: The results of cluster analysis in accordance with the affiliation of points to one of 7 clusters

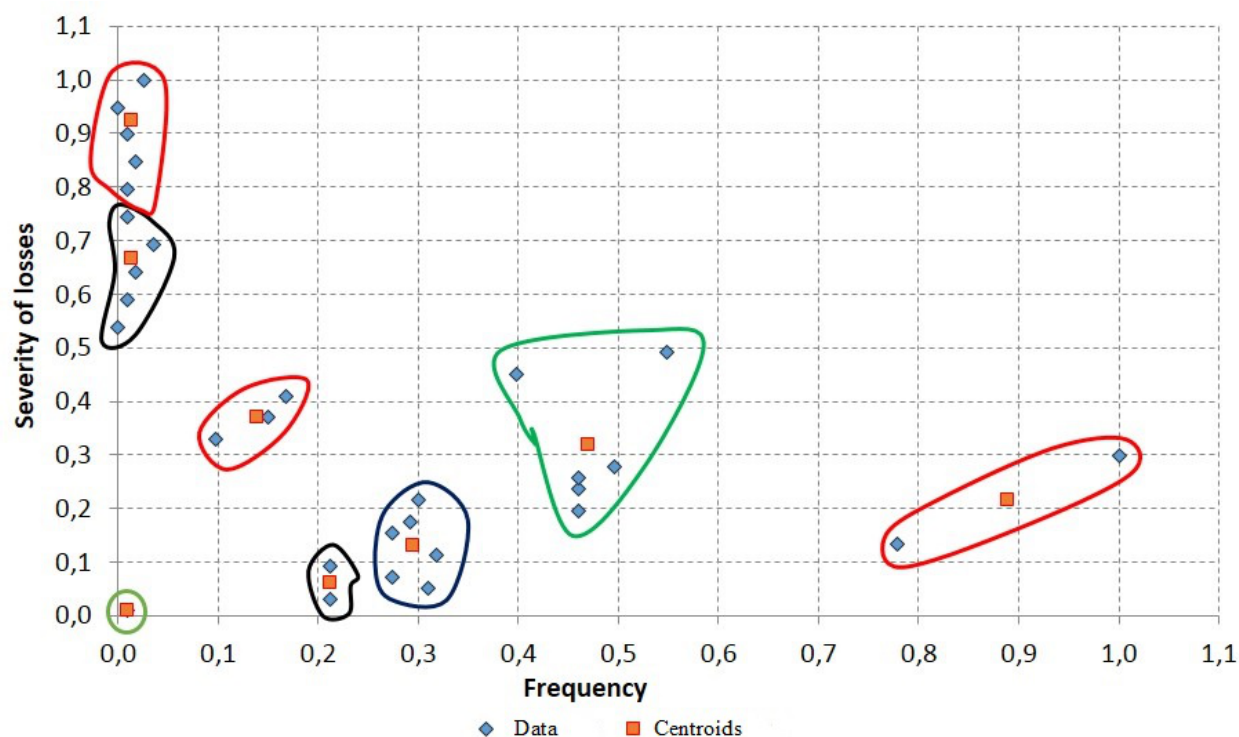


Figure 8: The results of cluster analysis in accordance with the affiliation of points to one of 8 clusters

In order to determine the optimal number of clusters, let us check the significance of the difference between the results obtained above. To do this, we use the criterion of deviation of the expectation of insurance losses $E[x]$, belonging to a specific cluster group, from the actual expected value of insurance losses in the amount of 401,230 MCI according to the data below (Tab. 7 - Deviation of the expected value of insurance losses $E[x]$ from the actual expected value of insurance losses):

Table 7. Deviation of the expected value of insurance losses $E[x]$ from the actual expected value of insurance losses

Number of clusters	Number of necessary iterations	Expected value of insurance losses $E[x]$	Deviation in %
2	7	369 300	-8,0%
3	5	416 087	3,7%
4	5	409 903	2,2%
5	8	395 703	-1,4%
6	5	378 040	-5,8%
7	5	393 120	-2,0%
8	6	394 987	-1,6%

5 Results and discussion

As we see, the use of the number of clusters below 5 in the calculations leads to an increase in the deviations. Also, splitting data into 6 or more clusters does not increase the accuracy of the estimates. Thus, the most optimal number of clusters in the above distribution of insurance losses in terms of accuracy and speed of data processing can be considered a quantity of 5.

So, after analyzing the results of the k -means algorithm with regard to 5 clusters, it can be noted that in each of the five clusters there are data with a similar effect on the loss process. Let us select the following distinguishing features of clusters:

1. The first cluster consists of 9 observations and includes insurance losses with an average frequency and low severity of 200 MCI. The first cluster is characterized by the lowest risk for the insurance company in a road traffic accident;
2. The second cluster consists of 6 observations and includes insurance losses with a frequency and severity above the average;
3. The third cluster consists of 5 observations and includes insurance losses with a frequency below the average and a severity above the average;
4. The fourth cluster consists of 8 observations and includes insurance losses with very low frequency and a very high severity of 1,600 MCI. The fourth cluster is characterized, first of all, by the greatest risk for the insurance organization in a road traffic accident;
5. The fifth cluster consists of 2 observations and includes insurance losses with a high frequency and severity below the average.

Thus, within the framework of the distribution of insurance losses, we can expect a decrease in the severity of losses from 1,600 MCI to 200 MCI as the frequency increases. Then, with a further increase in frequency, in general, we can expect an increase in the severity of losses.

In the future, data on the frequency and severity of losses can be combined with additional data, such as gender, age, driving experience of vehicle owners, in order to highlight target segments on Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners in accordance with the tariff rates [30].

6 Conclusion

In this article, as a modern research approach to the qualitative underwriting analysis of insurance losses in the class of Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners, it is proposed to use the k -means algorithm cluster analysis procedure, which allows to simplify the processing and further analysis of data by arranging it in a relatively homogeneous groups. In the framework of the proposed approach, losses for this class of insurance were divided into homogeneous qualitative groups (clusters) based on the frequency and severity of losses. As a result, calculations were made taking into account the optimally selected number of clusters, and clusters with similar effects on the process of losses were identified and interpreted. In the future, the data can be supplemented in order to highlight the target segments for Compulsory Insurance of Civil Liability of Motor Vehicle Owners in accordance with the tariff rates.

References

- [1] The Law of the Republic of Kazakhstan "On compulsory insurance of civil liability of vehicle owners July 1, 2003, No. 446-II.
- [2] "Current state of the insurance sector of the Republic of Kazakhstan National Bank of Kazakhstan, accessed May 15, 2019, <https://nationalbank.kz/cont/%D0%A2%D0%A1%2001.04.2019%20eng.pdf>.
- [3] Resolution of Board of the Agency of the Republic of Kazakhstan on regulation and supervision of the financial market and the financial organizations, March 25, 2006, No. 85.
- [4] Resolution of Board of National Bank of the Republic of Kazakhstan, December 26, 2016, No. 304.
- [5] "Big Data v Kazahstne: O krupnom zakazhike, kadrah i perspektivah"[Big Data in Kazakhstan: On a large customer, personnel and prospects], accessed May 15, 2019, <https://kapital.kz/tehnology/71257/big-data-v-kazahstane-o-krupnom-zakazhike-kadrah-i-perspektivah.html>.
- [6] Cherezov D.S., Tyukachev N.A., "Obzor osnovnyh metodov klassifikacii i klasterizacii dannyh [Overview of basic data classification and clustering methods]", *The Bulletin of Voronezh State University* 2 (2009): 27.
- [7] Atapina N.V., "Upravlenie processom anderrajtinga v imushestvennom strahovanii [Property Insurance Underwriting Management]", *Molodoj uchenyj* 1 (2011): 84-87.
- [8] Octaviani D, "Portfolio rule-based clustering at automobile insurance in Portugal", *Internship report presented as partial requirement for obtaining the Master's degree in statistics and information management proposal, NOVA Information Management School* (2016).
- [9] Berry M.J.A. and Linoff G.S., *Data Mining Techniques: for Marketing, Sales and Customer Relationship Management* (United States of America: Wiley Publishing, 2014), 1150.
- [10] Kaufman L. and Rousseeuw P.J., *Finding groups in data: an introduction to cluster analysis* (United States of America: Wiley-Interscience, 2009), 3.
- [11] Brito P.Q., Soares C., Almeida S., Monte A. and Byvoet M., "Customer segmentation in a large Data base of an Online customized fashion business", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing* 36 (2015): 93-100.
- [12] Hasan M.S. and Duan Z.H., "Hierarchical k-means: a hybrid clustering algorithm and its application to study gene expression in lung adenocarcinoma", *Emerging trends in computational biology, bioinformatics and systems biology* (2015): 51-67. Accessed May 10, 2019. doi:10.1016/B978-0-12-802508-6.00004-1.
- [13] Han J. and Kamber M., *Data mining concepts and techniques* (United States of America: Morgan Kaufmann Publishers, 2012), 600-703.
- [14] He Z., Xu X., Huang J.Z. and Deng S., "Mining class outliers: concepts, algorithms and applications in CRM", *Expert Systems with Applications* 27 (2004): 681-697.
- [15] Ali Ghorbani and Sara F., "Fraud detection in automobile insurance using a data mining based approach", *International Journal of Mechatronics, Electrical and Computer Technology (IJMEC)* 8(27) (2018): 3764-3771.
- [16] Yi P., Gang K., Alan S., Zhengxin C., Deepak K., Yong S. and Peter K., "Application of clustering methods to health insurance fraud detection"paper presented in the *International conference on service systems and service management, Troyes, France* (2006).
- [17] Thakur S.S. and Sing J.K., "Mining Customer's Data for Vehicle Insurance Prediction System using k-Means Clustering- An Application", *International Journal of Computer Applications in Engineering Sciences* 3(4) (2013): 148-153.
- [18] Kaveh K-D., Farshid A. and Shaghayegh A., "Insurance customer segmentation using clustering approach", *International Journal of Knowledge Engineering and Data Mining* (2016). Accessed May 09, 2019. doi:10.1504/IJKEDM.2016.082072.
- [19] Ai C.Y., Kate A.S., Robert J.W. and Malcolm B., "Clustering technique for risk classification and prediction of claim costs in the automobile insurance industry", *Intelligent systems in accounting, finance and management* 10 (1) (2001): 39-50.
- [20] Everitt B.S., Landau S. and Leese M., *Cluster Analysis* (London: Arnold, 2001): 260.
- [21] Mirkin B., "Choosing the number of clusters", *WIRE Data Mining and Knowledge Discovery* 3 (2011): 252-260.

- [22] Romesburg C.H., *Cluster Analysis for Researchers* (North Carolina: Lifetime Learning Applications, Belmont, Ca. Reproduced by Lulu Press, 2004), 15-334.
- [23] Mirkin B., *Clustering for Data Mining: a data recovery approach* (United States of America: Chapman & Hall/CRC, 2012), 93-137.
- [24] Pang-Ning T., Michael S. and Vipin K., *Introduction to Data Mining* (United States of America: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, 2005), 125-147.
- [25] Pérez-Ortega J., Almanza-Ortega N.N and Romero D., "Balancing effort and benefit of K -means clustering algorithms in Big Data realms", *PLoS One* 13(9) (2018). Accessed May 07, 2019. doi:10.1371/journal.pone.0201874.
- [26] Madhulatha T.S., "An overview on clustering methods" , *IOSR Journal of Engineering* 2(4) (2012): 719-725.
- [27] Ghoreyshi S. and Hosseinkhani J., "Developing a clustering model based on k -means algorithm in order to creating different policies for policyholders in insurance industry" , *International Journal of Advanced Computer Science and Information Technology (IJACSIT)* 4(2) (2015): 46-53.
- [28] Jain A., Murty M. and Flynn P., "Data clustering: A review" , *ACM Computing Surveys* Vol. 31, No. 3 (1999): 264-323.
- [29] The Law of Republic of Kazakhstan "On the republican budget for 2018-2020".
- [30] Izakova N.B. and Kapustina L.M., "Primenenie metodov klaster'nogo analiza dlya segmentirovaniya promyshlennykh rynkov [Application of cluster analysis for segmentation of industrial markets]" , *Vestnik of Samara State University of Economics* 9(131) (2015): 100-107.

К СВЕДЕНИЮ АВТОРОВ

1. В журнал «Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика» (в английской версии «Journal of Mathematics, Mechanics and Computer Science Series») принимаются набранные только в текстовом формате $\LaTeX 2\epsilon$ на казахском, русском или английском языках, ранее не опубликованные проблемные, обзорные, дискуссионные статьи в области естественных наук, где освещаются результаты фундаментальных и прикладных исследований.
2. Материалы следует направлять по адресу: 050040 Алматы, ул. аль-Фараби, 71, корпус 13, Научно-исследовательский институт механики и математики КазНУ им. аль-Фараби, каб. 125, тел. 377-32-23. Электронная почта: Lazat.dairbayeva@gmail.com (ответственный секретарь редколлегии, Даирбаева Л.М.)
3. Статья должна сопровождаться письмом от учреждения, в котором выполнена данная работа, где указываются сведения об авторах: Ф.И.О. полностью, место их работы (название вуза, центра без сокращений), рабочий или моб. телефон, e-mail, домашний адрес и контактный телефон.
4. В редакцию необходимо представить электронную версию статьи: tex-файлы работы и файлы рисунков на одном диске. Для файлов рисунков рекомендуется использовать средства основного пакета $\LaTeX 2\epsilon$ или формат eps [см. п.7]. В редакцию также представляется оттиск работы в двух экземплярах.
5. Объем статьи, включая список литературы, таблицы и рисунки с подрисовочными надписями, аннотации, не должен превышать 17 страниц печатного текста. Минимальный объем статьи - 7 страниц.
Структура статьи.

Первая страница:

1) Первая строка - номер МРНТИ (IRSTI) (можно взять здесь: <http://grnti.ru/>), выравнивание - по левому краю, шрифт - полужирный.

2) Название статьи (Заголовок) должно отражать суть и содержание статьи и привлекать внимание читателя. Название должно быть кратким, информативным и не содержать жаргонизмов или аббревиатур. Оптимальная длина заголовка - 5-7 слов (в некоторых случаях 10-12 слов). Название статьи должно быть представлено на русском, казахском и английском языках. Название статьи представляется полужирным шрифтом строчными буквами, выравнивание - по центру.

3) Автор(ы) статьи - Инициалы и фамилия, место работы (аффилиация), город, страна, email - на русском, казахском и английском языках. Сведения об авторах представляются обычным шрифтом строчными буквами, выравнивание - по центру.

4) Аннотация объемом 150-500 слов на русском, казахском и английском языках. Структура аннотации включает в себя следующие ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ пункты: "Вступительное слово о теме исследования. "Цель, основные направления и идеи научного исследования. "Краткое описание научной и практической значимости работы. "Краткое описание методологии исследования. "Основные результаты и анализ, выводы исследовательской работы. "Ценность проведенного исследования (внесенный вклад данной работы в соответствующую область знаний). "Практическое значение итогов работы.

5) Ключевые слова/словосочетания - количеством 3-5 на русском, казахском и английском языках.

Последующая страница (новая):

Стандартные разделы статьи: **Введение, Обзор литературы, Материал и методы, Результаты и обсуждение, Заключение, Благодарности (если имеются), Список литературы** (названия разделов не менять)

6) **Введение.** Введение состоит из следующих основных элементов: "Обоснование выбора темы; актуальность темы или проблемы. В обосновании выбора темы на основе описания

опыта предшественников сообщается о наличии проблемной ситуации (отсутствие каких-либо исследований, появление нового объекта и т.д.). Актуальность темы определяется общим интересом к изученности данного объекта, но отсутствием исчерпывающих ответов на имеющиеся вопросы, она доказывается теоретической или практической значимостью темы. "Определение объекта, предмета, целей, задач, методов, подходов, гипотезы и значения вашей работы. Цель исследования связана с доказательством тезиса, то есть представлением предмета исследования в избранном автором аспекте.

7) **Обзор литературы.** В разделе обзор литературы должны быть охвачены фундаментальные и новые труды по исследуемой тематике зарубежных авторов на английском языке (не менее 15 трудов), анализ данных трудов с точки зрения их научного вклада, а также пробелы в исследовании, которые Вы дополняете в своей статье. НЕДОПУСТИМО наличие множества ссылок, не имеющих отношения к работе, или неуместные суждения о ваших собственных достижениях, ссылки на Ваши предыдущие работы.

8) **Материал и методы.** Раздел должен состоять из описания материалов и хода работы, а также полного описания использованных методов. Характеристика или описание материала исследования включает его представление в качественном и количественном отношении. Характеристика материала - один из факторов, определяющий достоверность выводов и методов исследования. В этом разделе описывается, как проблема была изучена: подробная информация без повторения ранее опубликованных установленных процедур; используется идентификация оборудования (программного обеспечения) и описание материалов, с обязательным внесением новизны при использовании материалов и методов. Научная методология должна включать в себя: - исследовательский вопрос(-ы); - выдвигаемую гипотезу (тезис); - этапы исследования; - методы исследования; - результаты исследования.

9) **Результаты и обсуждение.** В этом разделе приводятся анализ и обсуждение полученных вами результатов исследования. Приводятся выводы по полученным в ходе исследования результатам, раскрывается основная суть. И это один из самых важных разделов статьи. В нем необходимо провести анализ результатов своей работы и обсуждение соответствующих результатов в сравнении с предыдущими работами, анализами и выводами.

10) **Заключение.** Обобщение и подведение итогов работы на данном этапе; подтверждение истинности выдвигаемого утверждения, высказанного автором, и заключение автора об изменении научного знания с учетом полученных результатов. Выводы не должны быть абстрактными, они должны быть использованы для обобщения результатов исследования в той или иной научной области, с описанием предложений или возможностей дальнейшей работы. Структура заключения должна содержать следующие вопросы: Каковы цели и методы исследования? Какие результаты получены? Каковы выводы? Каковы перспективы и возможности внедрения, применения разработки?

11) **Благодарности** (если имеются). Например: Работа выполнена при поддержке грантового финансирования научно-технических программ и проектов Министерством науки и образования Республики Казахстан (грант «Наименование темы гранта», 2018-2020 годы).

12) **Список литературы/References.** (оба списка, если статья на русском или казахском. Если статья на английском, то только один список по стилю Чикаго). Список используемой литературы, или Библиографический список состоит из не менее 30 наименований литературы, и из них 50% на английском языке. В случае наличия в списке литературы работ, представленных на кириллице, необходимо представить список литературы в двух вариантах: первый - в оригинале, второй - романизированным алфавитом (транслитерация). Романизированный список литературы должен выглядеть в следующем виде: автор(-ы) (транслитерация) → название статьи в транслитерированном варианте [перевод названия статьи на английский язык в квадратных скобках], название русскоязычного источника (транслитерация, либо английское название - если есть), выходные данные с обозначениями на английском языке (год в круглых скобках) → страницы. Например: Gokhberg L., Kuznetsova T. Strategiya-2020: novye kontury rossiiskoi innovatsionnoi politiki [Strategy 2020: New Outlines of Innovation Policy]. Foresight-Russia, vol. 5, no 4 (2011): 8-30. Список литературы представляется по мере цитирования, и ТОЛЬКО

те работы, которые цитируются в тексте. Ссылки на литературу оформляются в квадратных скобках с указанием номера литературы. Стиль оформления "Список литературы" на русском и казахском языке согласно ГОСТ 7.1-2003 "Библиографическая запись. Библиографическое описание. Общие требования и правила составления" (требование к изданиям, входящих в перечень ККСОН). Стиль оформления "References" романизированного списка литературы (см. выше), а также источников на английском (другом иностранном) языке для естественнонаучных и технических направлений согласно Chicago Style (www.chicagomanualofstyle.org).

В данном разделе необходимо учесть:

- а) Цитируются основные научные публикации, передовые методы исследования, которые применяются в данной области науки и на которых основана работа автора.
 - б) Избегайте чрезмерных самоцитирований.
 - в) Избегайте чрезмерных ссылок на публикации авторов СНГ/СССР, используйте мировой опыт.
 - г) Библиографический список должен содержать фундаментальные и наиболее актуальные труды, опубликованные известными зарубежными авторами и исследователями по теме статьи.
6. Журнал придерживается единого стиля и поэтому предъявляет ряд общих требований к оформлению работ. Исходный (неоттранслированный) tex-файл должен целиком помещаться в горизонтальных рамках экрана за возможным исключением матриц и таблиц и транслироваться без протестов $\LaTeX 2\epsilon$ и сообщений о кратных и неопределенных метках, больших переполненных и незаполненных боксах. Не следует определять много новых команд, изобретая собственный сленг. Авторы могут подгружать другие стандартные стилевые пакеты, но только те, которые не входят в противоречие с пакетами `amsmath` и `amssymb`. Естественно файл, кроме всего прочего, должен быть проверен на отсутствие грамматических и стилистических ошибок. Статьи, не удовлетворяющие этим требованиям, возвращаются на доработку.

Эталонный образец работы с демонстрацией графики, с преамбулой устраивающей редакцию, списки типичных ошибок оформления и методы их устранения можно получить в редакции или на сайте КазНУ им. аль-Фараби <http://journal.kaznu.kz>.

7. Графические файлы с рисунками должны быть только качественными черно-белыми в формате .eps, либо выполненными в латеховском формате. Рисунки в этих форматах делаются, например, с помощью мощных математических пакетов Maple, Mathematica или с помощью пакета `Latexcad`. Качественные графические файлы сделанные другими графическими программами должны быть сконвертированы в формат .eps с помощью Adobe Photoshop или конвертера `Conversion Artist`. Все рисунки должны быть уже импортированными в tex-файл и представляются в редакцию вместе с основным файлом статьи. Графические форматы, отличные от выше указанных, отвергаются.

Редакция вправе отказаться от включения в работу рисунка, если автор не в состоянии обеспечить его надлежащее качество.

Уважаемые читатели, вы можете подписаться на наш журнал "Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика", который включен в каталог АО "Казпочта" "ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ". Количество номеров в год – 4. Индекс для индивидуальных подписчиков, предприятия и организаций – 75872, подписная цена за год – 1200 тенге; индекс льготной подписки для студентов – 25872, подписная цена за год для студентов – 600 тенге.

МАЗМУНЫ - СОДЕРЖАНИЕ

1-бөлім	Раздел 1
Математика	Математика
<i>Stavroulakis I.P.</i> A Survey on the Oscillation of Difference Equations with Constant Delays	3
<i>Есмаханова К.Р., Мырзакулова Ж.Р.</i> Бездисперсионный предел уравнения Ма	12
2-бөлім	Раздел 2
Механика	Механика
<i>Jomartov A.A., Tuleshov A.K., Halicioglu R., Kuvatova M. Zh.</i> Simulation of the crank press dynamics by SimulationX software	22
<i>Босинов Д.Ж., Жапбасбаев У.К.</i> Об одной обратной задаче по определению гидравлического сопротивления нефтепровода	34
3-бөлім	Раздел 3
Информатика	Информатика
<i>Mustafin M.B., Akhmed-Zaki D.Zh., Turar O.N.</i> Application of Vulkan technology for 3D Visualization of large computing data which change over the time	46
<i>Даурбаева С.А., Даурбаев А.М., Синчев Б.К., Рысбайулы Б.Р.</i> Исследование информационных систем транспортировки нефти магистральным трубопроводом ...	56
4-бөлім	Раздел 4
Колданылмалы математика	Прикладная математика
<i>Jomartova Sh.A., Nikulin V.V., Karymsakova N.T.</i> Research of controllability of dynamical systems with constraints on control using interval mathematics	69
<i>Sikhov M.B., Beibitbekov A.B., Sapin A.M.</i> Cluster analysis application in the compulsory insurance of civil-legal liability of the vehicles' owners ...	81
К сведению авторов	97

CONTENS

Section 1**Mathematics***Stavroulakis I.P.*

A Survey on the Oscillation of Difference Equations with Constant Delays 3

Yesmakhanova K.R., Myrzakulova Zh.R.

Dispersionless Limits of Ma Equations 12

Section 2**Mechanics***Jomartov A.A., Tuleshov A.K., Halicioglu R., Kuvatova M. Zh.*

Simulation of the crank press dynamics by SimulationX software 22

Bossinov D.Zh., Zhabasbaev U.K.

About one inverse problem on determination the hydraulic resistance of the pipeline 34

Section 3**Computer science***Mustafin M.B., Akhmed-Zaki D.Zh., Turar O.N.*

Application of Vulkan technology for 3D Visualization of large computing data which change over the time 46

Dairbayeva S.A., Dairbayev A.M., Sinchev B.K., Rysbaiuly B.R.

Research of oil transportation information systems by main pipeline 56

Section 4**Applied Mathematics***Jomartova Sh.A., Nikulin V.V., Karymsakova N.T.*

Research of controllability of dynamical systems with constraints on control using interval mathematics 69

Sikhov M.B., Beibitbekov A.B., Sapin A.M.

Cluster analysis application in the compulsory insurance of civil-legal liability of the vehicles' owners ... 81

Note by authors 97